

**Prof. dr Goran Trajković  
Doc. dr Zoran Bukumirić**

# **MEDICINSKA STATISTIKA U R PROGRAMSKOM OKRUŽENJU**

**AKADEMSKA MISAO  
Beograd, 2020.**

**MEDICINSKA STATISTIKA U R PROGRAMSKOM OKRUŽENJU**  
**Drugo izdanje**  
**(Prvo izdanje Akademske misli)**

*Autori:*

[Prof. dr Goran Trajković]

Doc. dr Zoran Bukumirić

*Recenzenti:*

Prof. dr Vesna Bjegović-Mikanović, Medicinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Prof. dr Biljana Miličić, Stomatološki fakultet Univerziteta u Beogradu

*Lektor:* Biljana Ristić

*Izdavač:* Akademска мисао, Београд

*Tehnički urednik:* Aleksandar Mandić

*Dizajn korica:* Raša Mladenović

*Štampa:* Akademска мисао, Београд

*Mesto i godina izdanja:* Beograd, 2020

*Tiraž:* 200

ISBN 978-86-7466-817-7

# **MEDICINSKA STATISTIKA U R PROGRAMSKOM OKRUŽENJU**



## IZ PREDGOVORA PRVOM IZDANJU

Statistički metod je jedna od najvažnijih komponenata kvantitativnih istraživanja u medicini. Upotreba statističkih softverskih alata učinila je primenu statističkih metoda mnogo efektivnijom. Jedan od najpoznatijih i sve češće primenjivanih statističkih softverskih alata je *R* programski jezik i okruženje. Publikacija „Medicinska statistika u *R* programskom okruženju“ prikazuje osnove rada u okruženju programskog jezika *R*, njegovo korišćenje u pripremi, vizuelizaciji i statističkoj analizi podataka. Cilj autora nije bio da prikažu sve mogućnosti *R*-a, već njegovu praktičnu primenu u rešavanju problema iz medicinske statistike.

Publikacija je namenjena, kako polaznicima koji se po prvi put susreću sa okruženjem programskog jezika *R*, kao i sa primenom statističkih metoda, tako i iskusnim korisnicima. Za rad u *R* programskom okruženju i rešavanje primera iz knjige dovoljno je osnovno poznavanje rada na računaru.

Ova knjiga je sadržinski podeljena na 15 poglavlja i obuhvata različite nivoe potreba studenata integrisanih i poslediplomskih studija, istraživača iz oblasti medicinskih nauka, kao i lekara svih specijalnosti za statističkom analizom i interpretacijom podataka i rezultata.

Knjiga je koncipirana tako da uz nju idu baze podataka i *R* skriptovi sa komandama za rešavanje svih primera. Na taj način korisnici mogu ponoviti analizu korak po korak i imati pristup kompletним izlaznim rezultatima. Nazivi varijabli kucani su bez srpskih dijakritičkih znakova (č, č, đ, š i ž) zbog potencijalnog neadekvatnog prikaza unutar izlaznih rezultata ili na grafikonima. Zavisno od verzije operativnog sistema i kodne strane računara korisnik može naknadno ukucati nazive varijabli (cirilicom ili latinicom) u *R* skriptovima pre pokretanja i oni će se prikazati korektno.

Knjiga je radena u *R* programskom okruženju instaliranom na računaru sa *Windows* 10 operativnim sistemom. *R* skriptovi sa komandoma mogu se koristiti i unutar *R*-a instaliranog na *Linux* ili *MacOS* platformama.

Tekst publikacije predstavlja rezultat višegodišnjeg naučnog i stručnog rada autora i sadrži materijale sa više onlajn kurseva koji se koriste u nastavi.

Za preuzimanje većeg dela teksta iz knjige potrebna je dozvola autora. *R* kôd koji se koristi u primerima u knjizi deo je *R* programskog okruženja i može se slobodno kopirati i reprodukovati bez traženja dozvole autora.

Autori se zahvaljuju kolegama koji su dobrovoljno ustupili delove svojih baza podataka za primere u knjizi. Ujedno se zahvaljuju i svima koji su, svako na svoj način, doprineli da knjiga bude bolja.

Beograd, 2019. godine

Autori

# PREDGOVOR DRUGOM IZDANJU

Drugo izdanje publikacije „Medicinska statistika u R programskom okruženju“ dopunjeno je indeksom termina. Pored toga, uz knjigu se dobija prateći CD na kome se nalaze baze podataka i R skripte sa kompletnim komandama neophodnim za izvršavanje svih primera iz knjige.

Tipografske konvencije korišćene u knjizi:

- **Kurziv** – koristi se za: nazive baza podataka, nazive primenjenih statističkih metoda, naglašavanje pojedinih termina, nove termine i reči na engleskom jeziku.
- **Podebljano** – koristi se za nazive paketa za R i podnaslove.
- **Kurziv i podebljano** – koristi se za komande u Windows operativnom sistemu.
- **Kurziv i podvučeno** – koristi se za internet adrese.
- Konstantne širine – koristi se za: R komande u tekstu, nazive varijabli, prikaz R outputa, tumačenje delova R outputa u tekstu i shematski prikaz strukture R komandi.
- Konstantne širine markirano – koristi se za prikaz R komandi u primerima.

R output

U R outputu prikazaće se deo izlaznih rezultata koji se interpretira u okviru primera.

NAPOMENA:

Ukazuje na nešto bitno, bilo da je to predlog, savet ili napomena opšteg tipa.

Ovo izdanje izlazi nakon iznenadne smrti Prof. dr Gorana Trajkovića, jednog od autora, koji i na ovaj način nastavlja da nesebično prenosi svoje znanje drugima.

Zahvaljujem se svima koji su podržali i doprineli izdavanju ove publikacije.

Beograd, 2020. godine

Doc. dr Zoran Bukumirić

# SADRŽAJ

1. OSNOVNI STATISTIČKI POJMOVI .....	11
2. R PROGRAMSKO OKRUŽENJE .....	15
2.1 Zašto koristiti R? .....	15
2.2 Preuzimanje i instaliranje u <i>Windows</i> operativnom sistemu .....	16
2.3 Interfejs i struktura R-a .....	16
2.4 R komande .....	18
2.5 R skript .....	19
2.6 Spisak izvršenih komandi .....	21
2.7 Objekti .....	21
2.8 Radni prostor .....	21
2.9 R paketi .....	22
2.10 R kao kalkulator .....	23
3. RAZVOJ I DOKUMENTOVANJE BAZE PODATAKA .....	25
3.1 Formiranje baze podataka u tabelarnim kalkulatorima .....	25
3.2 Učitavanje baze podataka u R programsko okruženje .....	27
3.3 Nedostajuće vrednosti u bazi podataka .....	28
4. DESKRIPTIVNA STATISTIKA .....	29
4.1 Deskripcija kategorijalnih podataka .....	33
4.1.1 Učestalosti kategorija jedne varijable .....	33
4.1.2 Učestalosti u tabeli kontingencije $r \times k$ .....	33
4.2 Deskripcija numeričkih podataka .....	34
4.2.1 Mere centralne tendencije i mere varijabiliteta jedne varijable .....	34
4.2.2 Mere centralne tendencije i mere varijabiliteta po grupama .....	35
5. ANALIZA EMPIRIJSKIH RASPODELA .....	37
5.1 Provera normalnosti raspodele .....	37
5.1.1 Testiranje normalnosti raspodele jedne varijable za sve ispitanike .....	38
5.1.2 Testiranje normalnosti raspodele po grupama .....	40
5.2 Transformacija podataka .....	44

6. GRAFIČKO PRIKAZIVANJE PODATAKA I REZULTATA	
PRIMENJENIH STATISTIČKIH ANALIZA .....	49
6.1 ggplot2 .....	49
6.2 Izvoz grafikona u odgovarajući grafički format .....	50
7. ISTRAŽIVANJA U MEDICINI: CILJEVI I DIZAJN .....	51
8. OCENJIVANJE POPULACIONIH PARAMETARA NA OSNOVU UZORKA .....	55
8.1 Ocena aritmetičke sredine u populaciji .....	55
8.2 Ocena proporcije u populaciji .....	57
9. TESTIRANJE HIPOTEZA .....	59
10. TESTIRANJE HIPOTEZA O PROPORCIJAMA, SREDNJIM VREDNOSTIMA ILI RASPODELAMA .....	63
10.1 Testiranje hipoteza za jedan uzorak .....	63
10.1.1 Hi-kvadrat test slaganja .....	63
10.1.2 Studentov <i>t</i> -test za jedan uzorak .....	67
10.1.3 Wilcoxonov test za jedan uzorak .....	68
10.2 Testiranje hipoteza za nezavisne uzorkе .....	73
10.2.1 Pearsonov hi-kvadrat test .....	73
10.2.2 Fisherov test tačne verovatnoće .....	83
10.2.3 Studentov <i>t</i> -test za dva nezavisna uzorka .....	86
10.2.4 Test sume rangova (Mann-Whitneyev test) .....	90
10.2.5 Jednofaktorska analiza varijanse .....	94
10.2.6 Kruskal-Wallisov test .....	97
10.3 Testiranje hipoteza za zavisne uzorkе .....	100
10.3.1 McNemarov test .....	100
10.3.2 Studentov <i>t</i> -test za dva zavisna uzorka .....	102
10.3.3 Test ekvivalentnih parova (Wilcoxonov test) .....	105
10.3.4 Cochranov Q test .....	107
10.3.5 Analiza varijanse ponovljenih merenja .....	111
10.3.6 Friedmanov test .....	116

<b>11. ISPITIVANJE ODNOSA IZMEĐU VARIJABLI .....</b>	<b>121</b>
11.1 Ispitivanje povezanosti kategorijalnih varijabli .....	121
11.1.1 Relativni rizik .....	121
11.1.2 Odnos šansi .....	123
11.2 Korelaciona analiza .....	126
11.2.1 Grafičke metode korelaceione analize .....	126
11.2.1.1 Dijagram rasturanja .....	126
11.2.1.2 3D Dijagram rasturanja .....	127
11.2.2 Računske metode korelaceione analize – koeficijenti korelacije .....	128
11.2.2.1 Pearsonov koeficijent linearne korelacije .....	128
11.2.2.2 Spearmanov koeficijent korelacije rangova .....	129
11.2.2.3 Korelaciona matrica .....	132
11.3 Regresiona analiza .....	136
11.3.1 Linearna regresiona analiza .....	136
11.3.1.1 Univarijantna linearna regresija .....	136
11.3.1.2 Multivarijantna linearna regresija .....	140
11.3.1.3 Poređenje regresionih nagiba .....	143
11.3.1.4 Regresiona ravan .....	145
11.3.2 Logistička regresiona analiza .....	147
11.3.2.1 Univarijantna logistička regresija .....	148
11.3.2.2 Multivarijantna logistička regresija .....	150
11.3.2.3 Nomogram – grafičko prikazivanje predikcije modela logističke regresije .....	154
<b>12. GENERALNI LINEARNI MODELI .....</b>	<b>157</b>
12.1 Dvofaktorska analiza varijanse .....	157
12.2 Analiza kovarijanse (ANCOVA) .....	160
12.3 Multivarijantna analiza varijanse (MANOVA) .....	163
<b>13. KONTROLA PRIDRUŽENOSTI .....</b>	<b>169</b>
<b>14. ADEKVATNOST MERENJA .....</b>	<b>179</b>
14.1 Pouzdanost merenja .....	180
14.1.1 Interna konzistentnost .....	180

14.1.2 Test-retest pouzdanost .....	181
14.1.3 Međuposmatračka pouzdanost .....	182
14.2 Valjanost merenja .....	185
14.2.1 Konkurentna valjanost .....	185
14.2.2 Dijagnostička valjanost .....	186
14.2.2.1 ROC kriva .....	190
14.3 Slaganje merenja .....	192
15. META-ANALIZA .....	195
LITERATURA .....	215
DODATAK: Korisničko okruženje i spisak dodatnih paketa .....	217
INDEKS .....	219