Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

TOM I

- OD PRAISTORIJE DO KRAJA ALEKSANDRIJSKE ERE -

Akademska misao
Beograd 2019.

Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

TOM I: OD PRAISTORIJE DO ALEKSANDRIJSKE ERE

Prvo izdanje ovog dela objavila je u Crnoj Gori Crnogorska akademija nauka i umjetnosti (CANU). U ovom izdanju ispravljene su uočene greške.

Recenzenti
Dr Milan Božić, redovni profesor, PMF, Beograd
Dr Franka Miriam Bruekler, docent, PMF, Zagreb

Izdaje i štampa
Akademska misao, Beograd

Dizajn naslovne strane
Blažo Bojić

Tiraž
300 primeraka

ISBN 978-86-7466-808-5 (Tom I)
ISBN 978-86-7466-811-5 (niz)

Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

TOM II

- OD POČETKA SREDNJEG VIJEKA DO ZAVRŠETKA NAUČNE REVOLUCIJE -

Akademska misao
Beograd 2019.

Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

TOM II: OD POČETKA SREDNJEG VIJEKA
DO ZAVRŠETKA NAUČNE REVOLUCIJE

Prvo izdanje ovog dela objavila je u Crnoj Gori Crnogorska akademija nauka i umjetnosti (CANU). U ovom izdanju ispravljene su uočene greške.

Recenzenti
Dr Milan Božić, redovni profesor, PMF, Beograd
Dr Franka Miriam Bruekler, docent, PMF, Zagreb

Izdaje i štampa
Akademska misao, Beograd

Dizajn naslovne strane
Blažo Bojić

Tiraž
300 primeraka

ISBN 978-86-7466-809-2 (Tom II)
ISBN 978-86-7466-811-5 (niz)

Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

TOM III

- OD EULERA DO SAVREMENE MATEMATIKE -

Akademska misao
Beograd 2019.

Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE
TOM III: OD EULERA DO SAVREMENE MATEMATIKE

Prvo izdanje ovog dela objavila je u Crnoj Gori Crnogorska akademija nauka i umjetnosti (CANU). U ovom izdanju ispravljene su uočene greške.

Recenzenti
Dr Milan Božić, redovni profesor, PMF, Beograd
Dr Franka Miriam Bruekler, docent, PMF, Zagreb

Izdaje i štampa
Akademska misao, Beograd

Dizajn naslovne strane
Blažo Bojić

Tiraž
300 primeraka

ISBN 978-86-7466-810-8 (Tom III)
ISBN 978-86-7466-811-5 (niz)

Nataši,
bez koje bi sve imalo manje smisla

Predgovor

Autor ove knjige nije istoričar matematike, već matematičar koji je više od dvadeset godina predavao (i) istoriju matematike. Knjiga koja se nudi čitaocu je moj odgovor na pitanje kako treba da izgleda kurs istorije matematike, koje sam cijelo vrijeme držao otvorenim.

Otac istorije Herodot dao je istoriji zadatak da istraži (=istorija) kako je izgledala prošlost i objasni kako je nastala sadašnjost. Istoričarka matematike Judith Grabiner u članku *Matematičar, istoričar i istorija matematike* (1975), dodaje:

> Drugo pitanje - kako je nastala sadašnjost? - je centralno u istoriji matematike, bilo da ga obrađuje istoričar ili matematičar. Ali, [...] matematičaru sva matematika je savremena; ... antički Grci su [za njih] bili 'kolege iz drugog koledža' (Littlewood])[...]. Čime je istoričar različit? Prvo, on će, ne ističući, biti više posvećen ... nematematičkoj prošlosti.

Stepen pažnje nematematičkoj prošlosti u knjizi čiji je predmet matematička prošlost je pitanje na koje svaki autor mora da dâ sopstveni odgovor. Parafrazirajući argumentaciju Richarda Feinmanna[1], možemo reći da, ako bi kurs istorije matematike bio stavljen u kontekst opšte istorije, onda bi u njemu najznačajnije djelo u istoriji nauke - Newtonova *Principi*e iz 1687. godine, dobila desetinama puta manji prostor nego *Veličanstvena Revolucija* iz 1688, iako već danas ta revolucija izgleda kao događaj od male važnosti u odnosu na *Principia*. Stoga kurs istorije matematike, koji ima orijentaciju da bude dopuna kursu opšte istorije, nema smisla.

Za matematičara, sva matematika je, zaista, savremena. Jer, dok u drugim naukama tokom vremena dolazi do promjena, koje imaju karakter

[1]Richard Feinmann (1918–1988), američki fizičar, dobitnik Nobelove nagrade za fiziku, za rezultate u kvantnoj mehanici, kaže da će Građanski rat u Americi 1860-ih kroz deset hiljada godina izgledati kao provincijski događaj u odnosu na otkriće Maxwellovih jednačina elektrodinamike iz iste decenije.

ispravki i odbacivanja starih shvatanja, u matematici toga nema. Jednom dokazana teorema dokazana je za sva vremena. (Uz preciziranje pojmova, kao što je, na primjer, odnos antičkog pojma površine i savremenog pojma mjere.) Stoga razvoj matematike ima cikličnu prirodu: neka teorema ili ideja porađa teoriju, zatim ponovo dolazi do uopštavanja dobijenih rezultata i nastaje novi ciklus spirale razvoja teorije na višem nivou apstrakcije.

Kad se piše o matematičkoj prošlosti, mora se uzeti u obzir i mišljenje o svrsi istorije matematike koje su iznijeli njeni stvaraoci. Leibniz je prije trista godina rekao:

> Korist od nje nije u tome da Istorija može svakome dati njegove zasluge i da drugi mogu očekivati isto, već takođe da unaprijedi umjetnost otkrića i njegov metod učini poznatim kroz ilustrativne primjere.

Dvjesta godina kasnije, Henri Poincaré, jedan od najvećih matematičara u istoriji, kaže:

> Ako hoćemo da predvidimo budućnost matematike, put koji treba slijediti je da se izučava istorija i aktuelno stanje naše nauke.

Imajući sve prethodno u vidu, ja sam napisao knjigu čiji predmet se uvijek zaokružuje kao *istorija matematičkih ideja*. Ova koncepcija ima prednost i zbog toga što omogućuje da donosimo pouzdane zaključke o stvarima o kojima nemamo dovoljno pouzdane dokumente.

Nažalost, kad neko piše o nekoj matematičkoj ideji, nailazi na poteškoće kakve opisuje sljedeći detalj iz istorije matematike. Hobbes je 1656. godine pisao mladom Wallisu o svojim zapažanjima o njegovim matematičkim radovima:

> [...] Imam više sažaljenja za vas nego što zaslužujete. [...] [Traktat] o konusnim presjecima je tako prekriven krastama simbola, da ja nemam strpljenja da ispitujem da li su dokazi dobro ili pogrešno sprovedeni.

Wallis mu je otpisao:

> [...] Nemate strpljenja da ispitujete [dokaze], to jest, na prostom engleskom, vi ih ne razumijete. [...] Ali, Sire, moram li ja da vam pričam samo basne da biste me slušali? Sire, oni nijesu pisani da ih čitate vi, već za one koji to mogu.

Ova epizoda pokazuje da knjiga čiji je zadatak da "unaprijedi umjetnost otkrića" pretpostavlja čitaoca kome je matematika bliska i koji je zainteresovan za umjetnost otkrića. To znači da je za čitanje tako koncipirane knjige nužno izvjesno matematičko znanje i matematička kultura.

Ipak, imajući u vidu događaj s Hobbesom, tokom pisanja knjige izbjegavao sam formalizam kad god je to bilo moguće, kako bi i čitalac sa skromnijim matematičkim obrazovanjem bio u stanju da takođe dobije predstavu o razvoju matematičkih ideja kroz istoriju.

Konačno, nijesam prihvatio stav[2] da su autori bez značaja za intelektu-

[2]Michel Foucault, *Riječi i stvari* (1966).

alnu istoriju; da je njihovim portretima suđeno da nestanu kao crteži u pijesku. Naprotiv, u mnogim slučajevima, nemoguće je odvojiti istoriju ideja od ličnih istorija ljudi u čijem umu su se te ideje rađale i razvijale. Zato će u ovoj knjizi čitalac naći dosta interesantnih detalja iz života velikih matematičara. Te djelove mogu čitati svi zainteresovani za biografije velikih ljudi.

Tako, na kraju, u ovoj knjizi za svakog ima po nešto. Poznavalac matematike dublje će proniknuti u samu matematiku. Istoričar će neki stari rad bolje razumjeti nego da ga sam čita. Filozof će na dostupan način steći uvid u interakciju između matematike i filozofije, koja postoji od rađanja ove dvije discipline u antičkoj Grčkoj.

Knjiga je podijeljena u tri toma koji pokrivaju tri istorijske epohe u razvoju matematike. Prvi tom pokriva period od predistorije do kraja aleksandrijske ere. U njemu je izvršena analiza perioda protomatematike i perioda kad su filozofija, nauka (prirodna filozofija) i matematika činile cjelinu. Tu je i razdvajanje ovih disciplina, i uzlet grčke matematike u Aleksandriji do nebeskih visina na krilima neprevaziđenih genija, Euklida, Arhimeda i Apolonija. Zatim je opisana promjena prouzrokovana usponom Rima i hrišćanstva, koja je porodila društvo u kojem matematika nije mogla da se razvija kao u antičkoj Grčkoj.

Drugi tom posvećen je srednjem vijeku (u Kini, Indiji, Kalifatu i Evropi), i obnavljanju grčkih znanja koje je proizvelo naučnu revoluciju i infinitezimalni račun.

U četiri glave trećeg toma (Evolucija analize, Evolucija geometrije, Evolucija algebre i Zasnivanje i filozofija matematike), prikazan je razvoj matematike od 1728, kad je na scenu stupio Euler, pa do danas. Predmet završne glave je rasprava o zasnivanju i prirodi matematike koja je vođena od kraja 1870-ih, kad su otkriveni euklidski modeli neeuklidske geometrije, koji su izazvali promjenu pogleda na prirodu matematike i pojmova istinitost i egzistencija u matematici. Konstrukcije realnih brojeva pomoću prirodnih, koje su otkrivene takođe tokom 1870-ih, nametnule su pitanje *šta je prirodni broj*? Odgovor koji su dali Frege i Russell doveo je do ponovnog susretanja matematike i (analitičke) filozofije.

U knjizi su dati detaljni prikazi i opširni isječci iz najvažnijih matematičkih knjiga i radova koji su mijenjali svijet. U prvom tomu to je učinjeno za Euklidove *Elemente*, kao najvažniju knjigu u istoriji matematike, na kojoj se prelama njena istorija. Takođe za niz Arhimedovih radova i za Apolonijeve *Konike*. U drugom tomu dat je detaljan prikaz Descartesove *Rasprave o metodu* i Newtonovih *Principia*. U trećem tomu, to isto je učinjeno za Eulerove, Lagrangeove, Gaussove, Cauchyjeve, Riemannove, Hilbertove i Poincaréove radove. Dat je takođe i prilično detaljan prikaz radova iz filozofije matematike, od Fregea do Gödela.

Čitalac će naći i niz drugih stvari koje se ne mogu naći u drugim knjigama. Na primjer, izvršena je produbljena analiza razloga zbog kojih su pitagorejci razvili geometrijsku algebru i za niz tvrđenja koja su oni dokazali dato je poređenje tih dokaza prije i poslije geometrizacije matematike. Objašnjene su i posljedice geometrizacije na dalji razvoj matematike. Dodatno je osvijetljeno pitanje koliko su Eudoksove proporcije za njega i Euklida, zaista, bile analogoni naših realnih brojeva. Zašto je Arhimed u svom infinitezimalnom metodu koristio statiku, uprkos tome što je Cavalieriev princip specijalni slučaj tog metoda, koji je Arhimed takođe koristio? Šta Sir Thomas Heath nije vidio u Arhimedovom radu *O spiralama*? Šta su neki savremeni istoričari matematike pogrešno pročitali u Bolzanovim radovima? Takođe, u čemu griješe kad objašnjavaju rađanje topologije. I tako dalje.

U vezi sa mnogobrojnim citiranjima u knjizi, svrsishodna je sljedeća napomena. Fraza tipa: "Cantor 1895. godine definiše skup ovako ..." daje informaciju kad je i kako Cantor formulisao (deskriptivnu) definiciju skupa; fraza "Cantor (1895) definiše skup ovako ..." znači da je to bilo u radu Cantor (1895) navedenom u tekstu ili u Bibliografiji. (Umjesto Cantor (1895) pisali smo i (Cantor, 1895) kad se željelo izbjeći gomilanje zagrada.) Numeracija trinaest glava teče neprekidno kroz cijelu knjigu, jer se one, a ne tomovi, nastavljaju jedna na drugu. Tako II.5.2 znači Glava II, pragraf 5, tačka 2. Ako je oznaka glave ispuštena, onda se referenca odnosi na tekuću glavu. Pri pozivanju na Euklidove *Elemente*, "Stav II.5" znači "stav 5 u Knjizi II" i slično. Pri citiranju originalnih radova brojevi stranica su obično izostavljani. Razlog za to je to što smo najčešće raspolagali savremenim prepisima ili prevodima tih radova objavljenim u raznim zbornicima starih tekstova u kojima nema originalne paginacije. Većina opštih istorijskih podataka, kao što su datum i mjesto istorijskog događaja, preuzeta je iz knjiga navedenih na početku Bibliografije ili iz neke od relevantnih enciklopedija.

Izražavam zahvalnost recenzentima koji su mi ukazali na neke propuste u rukopisu. Akademik Milojica Jaćimović je nizom sugestija značajno doprinio poboljšanju teksta. Greške i nedostaci teksta koji su "preživjeli" su, naravno, autorovi.

Ova knjiga je pisana gotovo dvadeset godina tokom kojih je autor, sticajem okolnosti, niz godina naporno radio na više polja izvan matematike. Bez podrške moje supruge Natalije (Nataše) Perović, koja je više puta pročitala rukopis nego sam autor, knjiga vjerovatno ne bi bila napisana.

I, vjerovatno, ne bi bila završena zbog više sile, da autor nije postao pacijent prof. dr Josefa Kautznera, direktora kardiološke klinike na Insti-

tutu za kardiologiju i eksperimentalnu medicinu (IKEM) u Pragu, kojem upućujem prijatnu i duboku zahvalnost.

U Podgorici, septembra 2017. Miodrag Perović

ISTORIJA MATEMATIKE

SADRŽAJ

TOM I: OD PRAISTORIJE DO KRAJA ALEKSANDRIJSKE ERE

TOM II: OD POČETKA SREDNJEG VIJEKA DO ZAVRŠETKA NAUČNE REVOLUCIJE

Glava IV: KINESKA I INDIJSKA MATEMTIKA

Glava XI: EVOLUCIJA GEOMETRIJE

Glava XII: EVOLUCIJA ALGEBRE

Glava XIII: ZASNIVANJE I FILOZOFIJA MATEMATIKE