

Miljko Erić  
Nenad Vukmirović

**UVOD U OBRADU SIGNALA  
SA ANTENSKIH NIZOVA**

*INTRODUCTION TO ANTENNA ARRAY  
SIGNAL PROCESSING*

Akadska misao  
Beograd, 2019.

Miljko Erić  
Nenad Vukmirović

**UVOD U OBRADU SIGNALA  
SA ANTENSKIH NIZOVA**

*Introduction to Antenna Array Signal Processing*

*Recenzenti*

Prof. dr Marija Stevanović  
Prof. dr Predrag Ivaniš  
Prof. dr Desimir Vučić

*Izdavač*

AKADEMSKA MISAO  
Beograd

---

Odlukom Nastavno-naučnog veća Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu br. 375/3 od 7.05.2019. godine, donetoj na 839. sednici od 23.04.2019. godine, knjiga je prihvaćena i odobrena za štampanje kao nastavni materijal- udžbenik.

---

*Štampa*

Akademski misao, Beograd

*Tiraž*

300 primeraka

ISBN 978-86-7466-780-4

---

NAPOMENA: Fotokopiranje ili umnožavanje na bilo koji način ili ponovno objavljivanje ove knjige u celini ili u delovima - nije dozvoljeno bez saglasnosti i pismenog odobrenja izdavača.

---

# Sadržaj

Predgovor prvom izdanju	i
<b>1 Uvod u teoriju antenskih nizova</b>	<b>1</b>
1.1 Pojam <i>steering</i> vektora . . . . .	1
1.2 Pojam prostornog filtra . . . . .	17
1.3 Funkcija odziva prostornog filtra sa tež- niskim koeficijentima u domenu frekvencija-talasni broj . . . . .	20
1.3.1 Funkcija oblika snopa . . . . .	21
1.3.2 Faktor antenskog niza . . . . .	21
1.3.3 Oblik snopa antenskog niza sa neizotropnim antenama	24
1.3.4 Oblik snopa antenskog niza po snazi . . . . .	24
1.3.5 Usmerenost antenskog niza . . . . .	24
1.3.6 Pojačanje antenskog niza . . . . .	25
1.4 Karakteristike linearnih antenskih nizova . . . . .	25
1.5 Karakteristike ekvidistantnih planarnih antenskih nizova . .	33
1.6 Podešavanje maksimuma snopa anten- skog niza u željenom smeru . . . . .	34
1.7 Sinteza oblika snopa antenskog niza . . . . .	38

1.7.1	Tehnike sinteze oblika snopa sa nulama u zadatim smerovima . . . . .	40
1.7.2	Tehnike oblikovanja snopa antenskog niza . . . . .	47
1.7.3	Tehnike oblikovanja više nezavisnih ortogonalnih snopova	49
<b>2</b>	<b>Matematički modeli signala na antenskom nizu</b>	<b>51</b>
2.1	Matematički model komunikacionih radio signala . . . . .	51
2.2	Pojam uskopojasnih i širokopojasnih radio signala na antenskom nizu . . . . .	52
2.3	Matematički modeli uskopojasnih radio signala na antenskom nizu . . . . .	54
2.4	Matematički modeli širokopojasnih radio signala na antenskom nizu . . . . .	57
2.5	Matematički model radio signala na antenskom nizu u uslovima višestrukog prostiranja . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Uvod u teoriju prostornog filtriranja</b>	<b>75</b>
3.1	Klasifikacija prostornih filtera . . . . .	75
3.2	Matematički model prostornog filtriranja kao funkcija statistike drugog reda signala na antenskom nizu . . . . .	77
3.3	Deterministički prostorni filtri . . . . .	82
3.3.1	Konvencionalni prostorni filter . . . . .	82
3.3.2	Prostorni filter sa formiranjem nula u dijagramu usmerenosti . . . . .	90
3.4	Statistički optimalni prostorni filtri . . . . .	93
3.4.1	Optimalni prostorni filter bez ograničenja koji maksimizira izlazni odnos signal/šum . . . . .	93
3.4.2	Optimalni prostorni filter sa ograničenjem koji maksimizira izlazni odnos signal/šum . . . . .	94

3.4.3	Optimalni prostorni filter sa ograničenjem koji minimizira snagu na izlazu filtra . . . . .	95
3.4.4	Optimalni MSE ( <i>Mean Square Error</i> ) prostorni filter	99
<b>4</b>	<b>Metode za procenu smeru dolaska signala</b>	<b>101</b>
4.1	Kratak istorijski osvrt na razvoj metoda za procenu smeru .	101
4.2	Klasifikacija metoda za procenu smeru . . . . .	109
4.2.1	Principi klasičnih metoda za procenu smeru . . . . .	110
4.2.2	Principi visokorezolucionih metoda za procenu smeru	111
4.2.3	Principi metode maksimalne verodostojnosti . . . . .	112
4.3	Klasične metode . . . . .	113
4.3.1	Metod za procenu smeru dolaska signala na bazi rotiranja usmerene antene . . . . .	113
4.3.2	<i>Watson-Watt</i> -ova metoda . . . . .	114
4.3.3	<i>Wullenweber</i> -ova metoda . . . . .	119
4.3.4	<i>Doppler</i> -ova metoda . . . . .	120
4.3.5	Interferometarska metoda . . . . .	126
4.4	Visokorezolucionne metode . . . . .	136
4.4.1	<i>Bartlett</i> -ova metoda . . . . .	136
4.4.2	<i>Capon</i> -ova metoda minimalne varijanse . . . . .	139
4.4.3	<i>Pisarenko</i> -va metoda . . . . .	141
4.4.4	MUSIC metoda . . . . .	142
4.4.5	Metoda minimalne norme . . . . .	149
4.4.6	ESPRIT metoda . . . . .	152
4.5	Metoda maksimalne verodostojnosti . . . . .	155
4.5.1	Deterministička metoda maksimalne verodostojnosti .	156

4.5.2	Metoda stohastičke maksimalne verodostojnosti . . . . .	158
4.6	Procena smeru dolaska širokopojasnih signala . . . . .	159
4.6.1	Procena smeru dolaska širokopojasnih signala na bazi spektralne kovarijacione matrice . . . . .	160
4.6.2	Procena smeru dolaska širokopojasnih signala na bazi kanalizacije signala polifaznom bankom filtera . . . . .	164
4.6.3	Procena smeru dolaska širokopojasnih signala na bazi koherentnog spektralnog fokusiranja . . . . .	170
4.7	Procena smeru u uslovima višestrukog prostiranja ( <i>multipath-a</i> )	172
4.8	Tačnost procene smeru . . . . .	175
4.8.1	<i>Cramer-Raova</i> granica za varijansu greške pro- cene smeru . . . . .	175
<b>5</b>	<b>Adaptivni antenski nizovi</b>	<b>187</b>
5.1	Koncept adaptivnog prostornog filtri- ranja . . . . .	187
5.2	Adaptivni prostorni filter na bazi dire- ktne inverzije korelacione matrice . . . . .	189
5.3	Adaptivni LMS prostorni filter bez ograničenja . . . . .	195
5.4	Adaptivni LMS prostorni filter sa ograni- čenjem . . . . .	202
5.5	Adaptivni rekurzivni LMS prostorni filter . . . . .	206
5.6	Adaptivni strukturirani gradijentni prostorni filter . . . . .	209
5.7	Adaptivni konjugovano gradijentni prostorni filter . . . . .	210
5.8	Adaptivni rekurzivni LS prostorni filter . . . . .	211
5.9	Adaptivni prostorni filter konstantne anvelope . . . . .	214
<b>6</b>	<b><i>Multiple Input Multiple Output</i> - MIMO sistemi</b>	<b>217</b>

6.1	Jednokorisnički MIMO . . . . .	218
6.2	Višekorisnički MIMO . . . . .	221
6.3	Distribuirani MIMO . . . . .	223
6.4	MIMO sa RFoF distribuiranim antenskim sistemom . . . . .	225
6.5	Masivni MIMO . . . . .	226
6.6	Masivni MIMO sa usmerenim antenskim podnizovima . . . . .	228
<b>Dodatak</b>		<b>239</b>
<b>A Matematička osnova obrade signala sa antenskih nizova</b>		<b>241</b>
<b>B MATLAB funkcije</b>		<b>265</b>





# Predgovor prvom izdanju

Ova knjiga je napisana kao udžbenik studentima Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu koji izaberu predmet "Antenski nizovi u telekomunikacionim sistemima" na master studijama odnosno predmete "Prostorno-vremenska obrada signala" i "Obrada signala sa mikrofonskih nizova" na doktorskim studijama. Autori očekuju da će knjiga biti korisna i široj inženjerskoj populaciji: onima koji prvi put ulaze u ovu oblast, onima koji su već u ovoj oblasti i rešavaju stručne inženjerske probleme iz ove oblasti, ali i onima koji imaju ambicije da se ozbiljnije bave naučno-istraživačkim radom u ovoj oblasti.

Obrada signala sa antenskih nizova je deo šire naučne oblasti koja je u literaturi poznata pod nazivom *array processing*. U fokusu *array processing*-a su fenomeni talasne prirode. Predmet *array processing* je prostorno-vremenska obrada signala sa senzorskih (seizmičkih, mikrofonskih, antenskih) nizova. Zahvaljujući analogiji matematičkih modela signala, algoritmi razvijeni u jednoj oblasti primenjivi su u drugoj oblasti *array processing*-a, što ovu oblast čini široko primenjivom i zahvalnom za bavljenje. Oblast obrade signala sa antenskih nizova ima svoje teorijsko utemeljenje u klasičnoj elektromagnetskoj teoriji i u teoriji telekomunikacija, ali bazično radi se o oblasti obrade signala.

Istorija *array processing*-a radio i radarskih signala je jako bogata i sadržajna. Ona je pratila intezivan razvoj telekomunikacija tokom 20. veka a naročito taj razvoj prati tokom poslednje dve dekade ovog veka. Dugi vremenski period koji se meri decenijama, *array processing* je bio privilegija vojnih namenskih telekomunikacionih i radarskih sistema. Devedesetih godina prošlog veka, definisanjem koncepta MIMO sistema, napravljen je ozbiljan iskorak u oblasti telekomunikacija u pravcu prostorno-vremenskih (*space-time*) komunikacija a u cilju poboljšanja spektralne efikasnosti i povećanja bitskih protoka. Ova oblast je u fokusu novih generacija ćelijskih mobilnih sistema a naročito u fokusu razvoja dolazeće pete generacije u kojoj će *massive* MIMO sistemi primenjeni u *cmWave* i *mmWave* opsegu biti jedna od

nosećih tehnologija te generacije. Sve to skupa čini oblast obrade signala sa antenskih nizova jako aktuelnom.

U knjizi su dati osnovni pojmovi i izloženi generički principi osnovnih koncepata i algoritmike u oblasti obrade signala sa antenskih nizova, bez ambicije da se izloži celovit prikaz iz ove oblasti. Autori veruju da knjiga daje solidnu teorijsku osnovu za ulazak u ovu specifičnu naučnu oblast i da će studentima i zainteresovanim stručnjacima olakšati korišćenje bogate literature iz ove oblasti. Za očiglednost u ovoj oblasti potrebno je dugotrajno i posvećeno bavljenje njome.

Autori se zahvaljuju recenzentima na korisnim primedbama i sugestijama. Takodje se zahvaljuju doktorantu Milošu Janjiću na pažljivom čitanju i korekcijama rukopisa knjige.

U Beogradu  
maj 2018.

Miljko Erić  
Nenad Vukmirović