

DRŽAVNI UNIVERZITET U NOVOM PAZARU
DEPARTMAN ZA MATEMATIČKE NAUKE

В. В. Амелъкин

DIFERENCIJALNE
JEDNAČINE

Prevod:
Ćemal Dolićanin



Novi Pazar
2019

В. В. Амелкин

DIFERENCIJALNE JEDNAČINE

Izdavači

Državni univerzitet u Novom Pazaru
Akademska misao, Beograd

Za izdavača

prof. dr Miladin Kostić, rektor

Štampa

Akademska misao, Beograd

Prevod

Ćemal Dolićanin

Tiraž 200

Tehnička obrada i izrada slika

Sead Mandak, Enes Kačapor, Lejlja Memić

ISBN 978-86-86893-86-4

Reč prevodioca

Edicija "Klasično univerzitetsko izdanje" Beloruskog državnog univerziteta u Minsku osnovana je 2010. godine povodom obeležavanja devedeset godina od osnivanja tog univerziteta.

Ova edicija je do sada izdala veliki broj izdanja, naročito matematičkih, od kojih su mnoga prevedena na strane jezike, što govori o njihovom visokom kvalitetu, kao što je i univerzitetsko izdanje "Diferencijalne jednačine".

Imajući u vidu da sam u više navrata radi specijalizacije boravio kako na Matematičko-mehaničkom fakultetu Beloruskog državnog univerziteta u Minsku (Белорусский государственный университет), tako i na Moskovskom državnom univerzitetu (Московский государственный университет), a prateći redovno izdanja ovih univerziteta, opredelio sam se za prevod na naš jezik univerzitetskog udžbenika "Diferencijalne jednačine", smatrajući da se na ovaj način značajno doprinosi našoj matematičkoj literaturi.

Posebnu zahvalnost dugujem dr Miljanu Kneževiću, prof. Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, i dr Diani Dolićanin Đekić, prof. Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Prištini sa sedištem u Kosovskoj Mitrovici, što su našli vremena da pročitaju prevod ove knjige, kojom prilikom su dali značajan doprinos kvalitetu prevoda iste.

Ističem da mi je pri prevodu ovog izdanja veliku pomoć pružila dr Ljudmila Kudrjavceva, docent Državnog univerziteta u Novom Pazaru, na čemu joj iskreno zahvaljujem.

Takođe, zahvaljujem na velikoj pomoći saradnicima Seadu Mandaku, Enesu Kačaporu i Lejlji Memić pri tehničkoj obradi teksta i izradi slika.

Januar 2019.
Novi Pazar

Ćemal Dolićanin

Uvaženi čitaoci!

Seriya "Klasično univerzitetsko izdanje" osnovana je 2010. godine u čast 90 godina Beloruskog državnog univerziteta. Put kojim je prošlo ovo izdanje svedoči o našoj akademskoj i naučnoj tradiciji. Nesumnjivo je da su ogledi i znanja, akumulirana u stubovima BDU, ne samo predmet naše uzvišenosti, već i bogatstvo celokupnog beloruskog društva. Jedan od ciljeva ove serije jeste učiniti to bogatstvo što je moguće više javnim i dostupnim.

BDU je uvek slavio akademsku i fundamentalnu pripremu specijalista. I pored toga, danas je to još uvek nedovoljno. Od diplomca se traži znanje za brzo uključivanje u neposredni praktični rad, koji je svojstven sintezi više formi delovanja: proizvodnoj, istraživačkoj, projektno-razvojnoj. Uspešan će biti svako ko danas nauči da bolje i efikasnije prenosi i primenjuje znanja, operativno unapređuje tehnologije, usavršava i radikalno transformiše stečeno iskustvo. Zato je kombinovanje prednosti osnovnog i pragmatičnog obrazovanja postalo osnova inovativno orijentisane obuke budućih stručnjaka na našem univerzitetu.

Seriya odražava dugogodišnje iskustvo u naučno-pedagoškom, metodološkom i izdavačkom radu BDU. Njen cilj je da predstavi model teksta koji u svojoj strukturi sadrži skup programa za obrazovno-naučno-produkcijske aktivnosti budućih specijalista. Implementacija ovog modela će osigurati univerzalnost diplomca, njegovu sposobnost da efikasno rešava važne zadatke Republike Belorusije na nacionalnom i međunarodnom nivou.

Klasično univerzitetsko izdanje, kao spoj naučne i pedagoške misli, ima za cilj da stvori poseban način sticanja znanja – naprednog i pristupačnog, teorijskog i praktičnog, opštekulturnog i specijaliziranog. Dakle, znanja koje će biti primenjivo.

Knjige iz ove serije treba da postanu model naučno-metodološke podrške savremenom obrazovnom procesu u vašoj školi, potvrđujući vodeću ulogu našeg univerziteta kao nacionalnog naučno-metodološkog centra Republike Belorusije.

Nadamo se da će se seriya "Klasično univerzitetsko izdanje" odraziti i kao jedna od komponenti kulturno-obrazovnog razvoja BDU, što će doprineti intelektualnom rastu i kreativnoj aktivnosti naših studenata.

*Rektor Beloruskog
državnog univerziteta
akademik NAN Belorusije,
profesor*

C. B. Абламейко

Sadržaj

Predgovor	1
-----------------	---

Glava 1

Obične diferencijalne jednačine prvog reda. Opšta pitanja. Integraljenje u kvadraturama

§ 1. Osnovni pojmovi i definicije	3
§ 2. Košijev problem. Geometrijski smisao obične diferencijalne jednačine prvog reda u normalnom obliku	10
§ 3. Izokline. Linije tačaka prevoja skalarnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u normalnom obliku	12
§ 4. Različiti oblici skalarnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda	15
§ 5. Primeri skalarnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda integrabilnih u kvadraturama	19
§ 6. Integracioni faktor	29
§ 7. Lipšicov uslov	39
§ 8. Pikar–Lindelefova teorema	41
§ 9. Pikar–Lindelefova teorema za linearne obične diferencijalne jednačine. Peanova teorema	48
§ 10. Produživost rešenja	51
§ 11. Singularna rešenja	54
§ 12. Prvi integrali	61
§ 13. Redukcija diferencijalnih jednačina	68
§ 14. Opšta teorija integracionog faktora	69
§ 15. Sistemi običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u simetričnom obliku	73
§ 16. Linearne homogene parcijalne jednačine prvog reda	79
§ 17. Linearne nehomogene parcijalne jednačine prvog reda	86
§ 18. Ocena nepodudarnih rešenja	96
§ 19. Neprekidna zavisnost rešenja od početnih vrednosti	98

§ 20. Neprekidna zavisnost rešenja od parametra	100
§ 21. Diferencijabilnost rešenja. Lema Adamara	102
§ 22. Diferencijabilnost rešenja po parametrima i početnim vrednostima	105
§ 23. Egzistencija i jedinstvenost rešenja skalarnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u opštem obliku	108
§ 24. Neke tehnike integraljenja skalarnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u opštem obliku	114
§ 25. Zadatak o trajektorijama	119

Glava 2

Skalarne obične diferencijalne jednačine višeg reda

§ 26. Skalarne obične diferencijalne jednačine n -tog reda u normalnom obliku	123
§ 27. Prosta skalarna obična diferencijalna jednačina n -tog reda u normalnom obliku i Košijeva formula	128
§ 28. Metode rešavanja nekih tipova skalarnih nelinearnih običnih diferencijalnih jednačina višeg reda u normalnom i opštem obliku	131
§ 29. Tri vrste linearne zavisnosti	143
§ 30. Osnovna svojstva rešenja homogenih skalarnih linearnih običnih diferencijalnih jednačina reda n u normalnom obliku. Vronskijan	149
§ 31. Formula Abel–Lijuvil–Ostrogradskog	157
§ 32. Osnovna svojstva nehomogenih skalarnih linearnih običnih diferencijalnih jednačina n -tog reda u normalnom obliku	160
§ 33. Metoda varijacije proizvoljnih konstanti. Košijeva metoda	162
§ 34. Homogene skalarne linearne obične diferencijalne jednačine n -tog reda s konstantnim koeficijentima	167
§ 35. Ojlerova jednačina	172
§ 36. Određivanje partikularnog rešenja nehomogene skalarne obične diferencijalne jednačine n -tog reda s konstantnim koeficijentima metodom neodređenih koeficijenata	175
§ 37. Nule rešenja homogenih skalarnih linearnih običnih diferencijalnih jednačina drugog reda	178
§ 38. Granični zadaci skalarnih linearnih običnih diferencijalnih jednačina drugog reda	183

Glava 3

Vektorske linearne obične diferencijalne jednačine prvog reda u normalnom obliku

- § 39. Osnovna svojstva rešenja homogenih vektorskih linearnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u normalnom obliku. Vronskijan 191
- § 40. Matrična diferencijalna jednačina. Jakobijeva formula 195
- § 41. Osnovna svojstva nehomogenih vektorskih linearnih običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u normalnom obliku. Metoda varijacije proizvoljnih konstanti 198
- § 42. Struktura fundamentalne matrice linearnog homogenog sistema s konstantnim koeficijentima 200

Glava 4

Integraljenje pomoću redova

- § 43. Košijeva teorema o holomorfnom rešenju 209
- § 44. Integraljenje homogenih skalarnih linearnih običnih diferencijalnih jednačina višeg reda pomoću generalizovanih stepenih redova 213
- § 45. Opšte napomene o singularitetima rešenja linearnih diferencijalnih jednačina 217
- § 46. Osnovna svojstva periodičnih rešenja 218
- § 47. Furijeovi redovi i periodična rešenja 221
- § 48. Metoda malog parametra određivanja periodičnih rešenja . . . 223

Glava 5

Autonomne diferencijalne jednačine

- § 49. Opšta svojstva rešenja dinamičkih sistema određenih diferencijalnim jednačinama 229
- § 50. Periodična rešenja i zatvorene trajektorije 234
- § 51. Granično ponašanje trajektorija 238
- § 52. Zatvorene trajektorije dvodimenzionalnih autonomnih sistema 243
- § 53. Ponašanje trajektorija homogenog linearnog sistema diferencijalnih jednačina drugog reda s konstantnim koeficijentima u okolini izolovane singularne tačke 247

§ 54. Ponašanje trajektorija nelinearnog dvodimenzionalnog sistema diferencijalnih jednačina u okolini izolovane proste singularne tačke	256
§ 55. Ponašanje trajektorija nelinearnog dvodimenzionalnog sistema diferencijalnih jednačina u okolini složene singularne tačke. Problem razlikovanja centra i fokusa	260

Glava 6

Stabilnost po Ljapunovu

§ 56. Osnovni pojmovi i definicije u vezi sa stabilnošću rešenja i ravnotežnih tačaka. Funkcije Ljapunova	267
§ 57. Asimptotska stabilnost tačke ravnoteže u odnosu na invarijantan skup	274
§ 58. Teoreme o stabilnosti tačke ravnoteže po Ljapunovu	277
§ 59. Teoreme o nestabilnosti tačke ravnoteže	282
§ 60. Stabilnost tačke ravnoteže linearne homogene diferencijalne jednačine s konstantnom matricom koeficijenata	285
§ 61. Stabilnost po prvoj aproksimaciji	286
§ 62. Orbitalna stabilnost i stabilnost po Ljapunovu zatvorenih trajektorija autonomnih diferencijalnih jednačina sa dvodimenzionalnim faznim prostorom. Problem izohronosti	291
§ 63. Neautonomne diferencijalne jednačine	295
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ	298
ЛИТЕРАТУРА.	299