

**Ivan GLIŠOVIĆ
Boško STEVANOVIĆ
Marija TODOROVIĆ**

**PRORAČUN
DRVENIH KONSTRUKCIJA
PREMA EVROKODU 5**

**Gradjevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Akademska misao, Beograd**

Dr Ivan Glišović, dipl.inž.građ.,
docent Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu
Dr Boško Stevanović, dipl.inž.građ.,
redovni profesor Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu
Marija Todorović, mast.inž.građ.
asistent - student doktorskih studija Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

PRORAČUN DRVENIH KONSTRUKCIJA PREMA EVROKODU 5

Recenzenti:

Dr Mihailo Muravlјov, dipl.inž.građ.
redovni profesor Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, u penziji
Dr Dragoslav Stojić, dipl.inž.grad.
redovni profesor Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Nišu

Odobreno za štampu odlukom Nastavno-naučnog veća Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu br. 22/132-4 od 13.12.2018. god.

Izdavači:

Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Akademska misao, Beograd

Za izdavače:

Dekan prof. dr Vladan Kuzmanović
Marko Vuјadinović

Dizajn korica:

Tijana Stevanović, mast.inž.arh.

Štampa:

Akademska misao, Beograd
Tiraž 400 primeraka

Godina izdanja:

2019

ISBN 978-86-7466-758-3

Predgovor

Knjiga **PRORAČUN DRVENIH KONSTRUKCIJA PREMA EVROKODU 5** prvenstveno je namenjena studentima osnovnih i master studija Građevinskog fakulteta u Beogradu, koji slušaju nastavu iz predmeta Drvene i zidane konstrukcije i Lepljene lamelirane drvene konstrukcije na modulu Konstrukcije, iz predmeta Metalne i drvene konstrukcije na modulu Putevi, železnice i aerodromi i modulu Hidrotehnika i vodno ekološko inženjerstvo, kao i iz predmeta Drvene i zidane konstrukcije na modulu Menadžment, tehnologije i informatika u građevinarstvu.

Knjiga je rezultat težnje da se kroz nastavni program proračun svih konstrukcija, pa i drvenih, vrši prema graničnim stanjima, odnosno prema Evrokodovima. Reč je o jedinstvenom udžbeniku, jer u Srbiji, a i u regionu, ne postoji stručna literatura u oblasti proračuna drvenih konstrukcija prema Evrokodu 5.

Knjiga je koncipirana tako da se studentima na jasan i koncizan način prenesu osnovna znanja potrebna za proračun drvenih konstrukcija prema savremenim evropskim propisima. Autori veruju da će knjiga biti od koristi i svim građevinskim inženjerima koji se bave drvenim konstrukcijama, jer u ovoj publikaciji mogu naći korisne smernice za rešavanje različitih zadataka sa kojima se susreću u svakodnevnoj praksi.

U knjizi su date teorijske osnove vezane za proračun drvenih konstrukcija, a prikazani su i brojni primeri kojima se ilustruje način proračuna pojedinih elemenata drvenih konstrukcija, veza i veznih elemenata, kao i krovova sa nosećom konstrukcijom od drveta.

Teorijske postavke proračuna drvenih konstrukcija prema Evrokodu 5, obrađene su u okviru šest priloga. Prilozima su obuhvaćene tematske celine koje se odnose na koncept proračuna, svojstva materijala, granična stanja nosivosti, granična stanja upotrebljivosti i veze ostvarene metalnim spojnim sredstvima.

Brojni primeri su grupisani po oblastima koje predstavljaju logičke celine, pri čemu su poređani po principu od jednostavnog ka složenom. Sadržana su sledeća poglavља:

1. Proračun elemenata konstrukcija (26 brojnih primera);
2. Proračun veza (26 brojnih primera);
3. Proračun konstrukcija krovova (3 brojna primera).

Budući da se radi o prvom izdanju, autori će biti veoma zahvalni korisnicima ove knjige na ukazanim primedbama i sugestijama koje će voditi ka tome da prezentovani tekst bude razumljiviji, plegledniji i svrshishodniji.

Autori se posebno zahvaljuju recenzentima - prof. dr Mihailu Muravlјovu i prof. dr Dragoslavu Stojiću, na izvršenoj recenziji i korisnim savetima.

U Beogradu, januara 2019. god.

Autori

Sadržaj

1. Proračun elemenata konstrukcija	1
Primer 1 Procena merodavne kombinacije opterećenja	3
Primer 2 Centrično zategnut štap	6
Primer 3 Centrično pritisnut štap	8
Primer 4 Centrično pritisnut stub	12
Primer 5 Greda izložena pravom savijanju	15
Primer 6 Greda složenog preseka izložena pravom savijanju	20
Primer 7 Greda izložena kosom savijanju	24
Primer 8 Greda izložena kosom savijanju	32
Primer 9 Greda izložena savijanju sa zatezanjem	38
Primer 10 Greda izložena savijanju sa zatezanjem	43
Primer 11 Greda izložena savijanju sa pritiskom	45
Primer 12 Stub izložen pritisku sa savijanjem	50
Primer 13 Greda sa prepustom izložena savijanju sa pritiskom	55
Primer 14 Stub izložen pritisku sa savijanjem	63
Primer 15 Stub izložen pritisku sa savijanjem	66
Primer 16 Greda izložena savijanju sa pritiskom	73
Primer 17 Greda izložena savijanju sa pritiskom	81
Primer 18 Nosač izložen savijanju (provera bočne stabilnosti)	89
Primer 19 Kontinualni nosač izložen savijanju sa pritiskom (provera bočne stabilnosti)	93
Primer 20 Nosač sa prepustom izložen savijanju sa pritiskom (provera bočne stabilnosti)	101
Primer 21 Nosač sa zategom izložen savijanju sa pritiskom	109
Primer 22 Trapezasti nosač sa dvostrano nagnutom ivicom izložen savijanju	117
Primer 23 Trapezasti nosač sa dvostrano nagnutom ivicom izložen savijanju	126
Primer 24 Trapezasti nosač sa jednostrano nagnutom ivicom izložen savijanju	133
Primer 25 Zakriviljeni nosač izložen savijanju	138
Primer 26 Kolenasti nosač izložen savijanju	147
2. Proračun veza	157
Primer 27 Veza prostim oslanjanjem	159
Primer 28 Veza prostim oslanjanjem	162
Primer 29 Veza na zasek	165
Primer 30 Veza na zasek	169
Primer 31 Nastavak zategnutog štapa (drvene podvezice i trnovi)	173
Primer 32 Nastavak pritisnutog štapa (drvene podvezice i zavrtnji)	178
Primer 33 Nastavak zategnutog štapa složenog preseka (drvene podvezice i zavrtnji)	183
Primer 34 Nastavak zategnutog štapa (čelične podvezice i zavrtnji)	190
Primer 35 Nastavak zategnutog štapa (drvene podvezice i ekseri)	195
Primer 36 Nastavak zategnutog štapa složenog preseka (drvena podvezica i ekseri)	200
Primer 37 Nastavak zategnutog štapa složenog preseka (drvene podvezice i ekseri)	205
Primer 38 Nastavak grede izložene savijanju (drvene podvezice i ekseri)	211
Primer 39 Veza vertikale za pojaz (trnovi)	216
Primer 40 Veza grede i stuba (trnovi)	221

Primer 41 Veza horizontale za pojasa (ekseri)	226
Primer 42 Veza dijagonale za pojasa (čelične podvezice i zavrtnji)	231
Primer 43 Veza vertikale za pojasa (čelična podvezica i zavrtnji)	237
Primer 44 Veza grede i stuba (zavrtnji)	243
Primer 45 Veza rogova u slemenu (ekseri)	249
Primer 46 Veza u čvoru rešetkastog nosača (prosto oslanjanje i zavrtnji)	253
Primer 47 Veza u čvoru rešetkastog nosača (zasek i ekseri)	260
Primer 48 Veza u čvoru rešetkastog nosača (drvene podvezice i ekseri)	266
Primer 49 Veza u čvoru rešetkastog nosača (čelični lim i trnovi)	274
Primer 50 Veza u čvoru rešetkastog nosača (čelični limovi i trnovi)	282
Primer 51 Veza u čvoru rešetkastog nosača (čelični limovi i ekseri)	291
Primer 52 Veza u čvoru rešetkastog nosača (čelični limovi i ekseri)	298
3. Proračun konstrukcija krovova	309
Primer 53 Klasična krovna konstrukcija sa dvostrukim pravim stolicama	311
Primer 54 Krovna konstrukcija sa rešetkastim glavnim nosačima	341
Primer 55 Krovna konstrukcija od lepljenog lameliranog drveta sa trapezastim glavnim nosačima	378
Prilozi	403
Prilog 1: Koncept proračuna drvenih konstrukcija prema Evrokodu 5	405
1.1 Oblast primene Evrokoda 5	405
1.2 Principi proračuna drvenih konstrukcija prema graničnim stanjima	405
1.2.1 Proračunske vrednosti uticaja usled dejstava	406
1.2.2 Kombinacije dejstava	408
1.2.3 Proračunske vrednosti nosivosti	410
1.2.4 Kriterijumi upotrebljivosti	410
1.2.5 Svojstva materijala	411
1.2.6 Uticaj trajanja opterećenja i vlažnosti drveta na čvrstoću	414
1.2.7 Uticaj trajanja opterećenja i vlažnosti drveta na deformacije	416
1.2.8 Geometrijski podaci	417
1.3 Dokaz nosivosti preseka	417
1.3.1 Zatezanje paralelno vlaknima	418
1.3.2 Pritisak paralelno vlaknima, bez dokaza stabilnosti	419
1.3.3 Pritisak upravno na vlakna	419
1.3.4 Pritisak pod uglom u odnosu na vlakna	421
1.3.5 Pritisak paralelno vaknima sa dokazom stabilnosti	422
1.3.6 Pravo savijanje	425
1.3.7 Koso savijanje	426
1.3.8 Ekscentrično zatezanje (zatezanje sa savijanjem)	427
1.3.9 Ekscentrični pritisak (pritisak sa savijanjem), bez dokaza stabilnosti	428
1.3.10 Ekscentrični pritisak (pritisak sa savijanjem) sa dokazom stabilnosti	429
1.3.11 Pravo savijanje sa dokazom bočne stabilnosti	430
1.3.12 Pravo savijanje sa pritiskom, sa dokazom bočne stabilnosti	432
1.3.13 Koso savijanje sa pritiskom, sa dokazom bočne stabilnosti	433
1.3.14 Smicanje paralelno vlaknima	434
1.3.15 Smicanje od poprečne sile	435
1.3.16 Smicanje od poprečnih sila kod kosog savijanja	436
1.4 Provera deformacija	437
1.4.1 Ugib elemenata izloženih savijanju	437

1.4.2 Granične vrednosti ugiba	439
Prilog 2: Dokaz nosivosti preseka elemenata sa promenljivom visinom i/ili zakrivljenim oblikom	441
Prilog 3: Proračun ugiba nosača sa promenljivom visinom preseka	447
Prilog 4: Veze i nastavci	449
4.1 Nastavci zategnutih štapova	449
4.2 Nastavci pritisnutih štapova	450
4.3 Nastavci elemenata izloženih savijanju	450
4.4 Veze na zasek	450
4.5 Veze ostvarene metalnim štapastim spojnim sredstvima	451
4.5.1 Veze ostvarene zavrtnjima i trnovima	451
4.5.2 Veze ostvarene ekserima	452
4.6 Veze sa čeličnim elementima	454
Prilog 5: Nosivost metalnih štapastih spojnih sredstava opterećenih upravno na svoju osu	455
5.1 Karakteristična nosivost spojnog sredstva	455
5.1.1 Veza drvo-drvo ili drvo-pločasti proizvod na bazi drveta	456
5.1.2 Veza drvo-čelik	457
5.1.3 Višesocene veze	458
5.1.4 Karakteristične vrednosti čvrstoće drveta na pritisak po omotaču rupe i momenta tečenja spojnog sredstva	459
5.2 Proračunska nosivost spojnog sredstva	459
5.3 Proračunska nosivost grupe spojnih sredstava	460
5.4 Nosivost zavrtanja i trnova opterećenih upravno na svoju osu - uprošćeni postupak prema DIN EN 1995-1-1/NA	460
5.4.1 Karakteristična nosivost zavrtinja ili trna	460
5.4.2 Proračunska nosivost zavrtinja ili trna	467
5.4.3 Proračunska nosivost grupe zavrtanja ili trnova	467
5.5 Nosivost eksera opterećenih upravno na svoju osu - uprošćeni postupak prema DIN EN 1995-1-1/NA	468
5.5.1 Karakteristična nosivost eksera	468
5.5.2 Proračunska nosivost eksera	472
5.5.3 Proračunska nosivost grupe eksera	472
Prilog 6: Proračun spregova i elemenata za ukrućenje	475
6.1 Ukrćenje pojedinačnih pritisnutih elemenata	475
6.2 Ukrćenje sistema grednih i rešetkastih nosača	476
Literatura	479
Tabele sa izrazima za proračun statičkih uticaja i ugiba elemenata izloženih savijanju	481

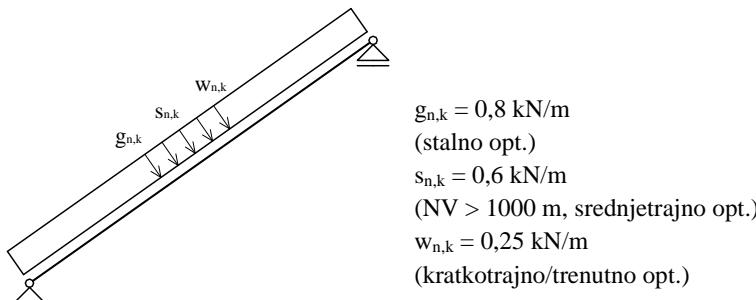
1.
PRORAČUN
ELEMENATA
KONSTRUKCIJA

Primer 1

Za drveni rog, u svemu prema skici, potrebno je:

- Definisati proračunska opterećenja za proveru graničnih stanja nosivosti, prema osnovnoj kombinaciji dejstava. Utvrditi merodavnu kombinaciju opterećenja;
- Definisati proračunska opterećenja za proveru graničnih stanja upotrebljivosti, prema karakterističnoj i kvazi-stalnoj kombinaciji dejstava. Utvrditi merodavnu kombinaciju opterećenja.

Materijal: monolitno drvo C24. Eksplotaciona klasa: 2.



REŠENJE

Ulagni podaci

Korekcionni koeficijent za čvrstoću drveta u zavisnosti od eksplotacione klase i klase trajanja opterećenja, k_{mod} (tabela 1.8, Prilog 1):

- za monolitno drvo, eksplotacionu klasu 2 i
 - stalno opterećenje: $k_{\text{mod}} = 0,6$
 - srednjetrajno opterećenje (sneg, NV > 1000 m): $k_{\text{mod}} = 0,8$
 - kratkotrajno/trenutno opterećenje (vetar): $k_{\text{mod}} = 1,0$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti za opterećenja (tabela 1.1, Prilog 1):

- za granična stanja nosivosti
 - stalno opterećenje: $\gamma_G = 1,35$
 - promenljivo opterećenje: $\gamma_Q = 1,5$
- za granična stanja upotrebljivosti
 - stalno opterećenje: $\gamma_G = 1,0$
 - promenljivo opterećenje: $\gamma_Q = 1,0$

Koeficijenti za kombinovanu vrednost promenljivih dejstava (tabela 1.2, Prilog 1):

- za sneg (NV > 1000 m): $\psi_0 = 0,7$; $\psi_2 = 0,2$
- za vetar: $\psi_0 = 0,6$; $\psi_2 = 0$

a) Proračunska vrednost opterećenja za granična stanja nosivosti

Kombinacije dejstava za granična stanja nosivosti definisane su sledećim izrazom:

- Osnovna kombinacija dejstava (stalna proračunska situacija)

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

gde su:

$G_{k,j}$, $Q_{k,1}$, $Q_{k,i}$ - karakteristične vrednosti dejstava (stalno, dominantno promenljivo i ostala promenljiva);

$\gamma_{G,j}$, $\gamma_{Q,1}$, $\gamma_{Q,i}$ - parcijalni koeficijenti sigurnosti za dejstva (stalno, dominantno promenljivo i ostala promenljiva);

$\psi_{0,i}$ - koeficijent za kombinovanje promenljivih dejstava.

Merodavna kombinacija opterećenja za granična stanja nosivosti se procenjuje na osnovu odnosa proračunske vrednosti opterećenja q_d i koeficijenta k_{mod} kojim se uzima u obzir dužina trajanja opterećenja i vlažnost drveta. Kada se kombinuju opterećenja koja imaju različito trajanje pri proračunu se uzima k_{mod} za opterećenje sa najkratim trajanjem.

Opterećenje	Proračunska vrednost q_d [kN/m]	ψ_0	Klasa trajanja opterećenja (K.T.O.)	k_{mod}	$\frac{q_d}{k_{mod}}$
g	$1,35 \cdot 0,8 = 1,08$	1,0	stalno	0,6	1,80
s	$1,5 \cdot 0,6 = 0,90$	0,7	srednjetrajno	0,8	-
w	$1,5 \cdot 0,25 = 0,38$	0,6	kratkot./trenutno	1,0	-
Kombinacije opterećenja					
g + s	$1,08 + 0,90 = 1,98$		srednjetrajno	0,8	2,48
g + w	$1,08 + 0,38 = 1,46$		kratkot./trenutno	1,0	1,46
g + s + w	$1,08 + 0,90 + 0,6 \cdot 0,38 = 2,21$		kratkot./trenutno	1,0	2,21
g + w + s	$1,08 + 0,38 + 0,7 \cdot 0,90 = 2,09$		kratkot./trenutno	1,0	2,09

$$\max \frac{q_d}{k_{mod}} = 2,48 \rightarrow \text{Merodavna kombinacija opterećenja: } g + s \text{ sa } q_d = 1,98 \text{ kN/m}$$

b) Proračunska vrednost opterećenja za granična stanja upotrebljivosti

Kombinacije dejstava za granična stanja upotrebljivosti definisane su sledećim izrazima:

- Karakteristična kombinacija dejstava

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

- Kvazi-stalna kombinacija dejstava

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

gde su:

$G_{k,j}$, $Q_{k,1}$, $Q_{k,i}$ - karakteristične vrednosti dejstava (stalno, dominantno promenljivo i ostala promenljiva);

$\psi_{0,i}$, $\psi_{2,i}$ - koeficijenti za kombinovanje promenljivih dejstava.

Merodavna kombinacija opterećenja za granična stanja upotrebljivosti se procenjuje na osnovu proračunske vrednosti opterećenja za karakterističnu kombinaciju dejstava.

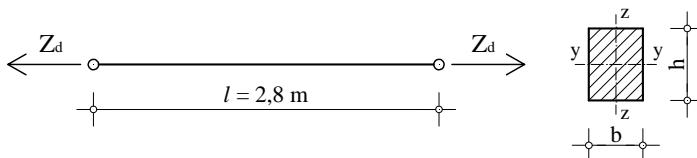
Opterećenje	Proračunska vrednost q_d [kN/m]	ψ_0	ψ_2
g	$1,0 \cdot 0,8 = 0,80$	1,0	1,0
s	$1,0 \cdot 0,6 = 0,60$	0,7	0,2
w	$1,0 \cdot 0,25 = 0,25$	0,6	0
Karakteristične kombinacije opterećenja			
g + s + w	$0,80 + 0,60 + 0,6 \cdot 0,25 = 1,55$		
g + w + s	$0,80 + 0,25 + 0,7 \cdot 0,60 = 1,47$		
Kvazi-stalna kombinacija opterećenja			
g*	$0,80 + 0,2 \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,25 = 0,92$		

$\max q_d = 1,55 \text{ kN/m} \rightarrow \text{Merodavna kombinacija opterećenja: } g + s + w$

Primer 2

Dimenzionisati centrično zategnut drveni štap pravougaonog poprečnog preseka, širine $b = 10 \text{ cm}$. Štap je dužine $l = 2,8 \text{ m}$, zglobno oslonjen na oba kraja, a opterećen je silom $Z_d = 62 \text{ kN}$ (stalno + kratkotrajno opterećenje).

Materijal: monolitno drvo C24. Eksploraciona klasa: 2.



REŠENJE

Ulazni podaci

Karakteristične vrednosti za monolitno drvo C24 (tabela 1.3, Prilog 1):

- karakteristična vrednost čvrstoće na zatezanje paralelno vlaknima: $f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$

Korekcioni koeficijent za čvrstoću drveta u zavisnosti od eksploracione klase i klase trajanja opterećenja, k_{mod} (tabela 1.8, Prilog 1):

- za monolitno drvo, eksploracionu klasu 2 i
 - stalno opterećenje: $k_{\text{mod}} = 0,6$
 - kratkotrajno opterećenje: $k_{\text{mod}} = 0,9$

Pri proračunu se uzima k_{mod} za opterećenje sa najkraćim trajanjem: $k_{\text{mod}} = 0,9$

Parcijalni koeficijent sigurnosti za svojstva materijala, γ_M (tabela 1.7, Prilog 1):

- za monolitno drvo: $\gamma_M = 1,3$

Dimenzionisanje prema graničnim stanjima nosivosti

Uslov (zatezanje paralelno vlaknima):

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,k}$$

Proračunska vrednost čvrstoće drveta na zatezanje paralelno vlaknima:

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_h \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 1,0 \cdot 14}{1,3} = 9,69 \text{ N/mm}^2$$

Uticaj veličine elementa na čvrstoću na zatezanje uzima se preko koeficijenta k_h :

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa $h \leq 150 \text{ mm}$:

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2}, h = \max(b; h) \right\}$$

- za monolitno drvo pravougaonog poprečnog preseka sa $h > 150 \text{ mm}$: $k_h = 1$

S obzirom da nisu poznate dimenzije preseka, pri dimenzionisanju se uzima $k_h = 1$.

Proračunska vrednost sile:

$$F_{t,0,d} = Z_d = 62 \text{ kN}$$

Proračunska vrednost napona zatezanja u pravcu vlakana:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,0,d}}{A_h}$$

Neto površina (nepoznata slabljenja preseka):

$$A_n = 0,8 \cdot A$$

Potrebna površina poprečnog preseka iz uslova granične nosivosti:

$$\text{pot } A_n \geq \frac{F_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{62}{9,69} \cdot 10 = 64,0 \text{ cm}^2$$

Potrebna visina poprečnog preseka:

$$\text{pot } h \geq \frac{A_n}{0,8 \cdot b} = \frac{64,0}{0,8 \cdot 10} = 8,0 \text{ cm}$$

Usvojene dimenzije poprečnog preseka: **b/h = 10/8 cm**

Kontrola napona za usvojene dimenzije

$$b > h \rightarrow b = 100 \text{ mm} < 150 \text{ mm} \rightarrow k_h = \min \begin{cases} \left(\frac{150}{100} \right)^{0,2} = 1,084 \\ 1,3 \end{cases}$$

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_h \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 1,084 \cdot 14}{1,3} = 10,51 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{62}{0,8 \cdot 10 \cdot 8} \cdot 10 = 9,69 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{9,69}{10,51} = 0,92 < 1$$