

# **TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA**

**Snežana Marinković  
Nenad Pecić**

Beograd, 2018. god

## Impresum

---

|                 |   |
|-----------------|---|
| Autori:         | Dr Snežana Marinković,<br>redovni profesor Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu<br>Dr Nenad Pečić,<br>docent Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu |
| Naslov:         | Teorija betonskih konstrukcija  |
| Izdavač:        | Akademski misao, Beograd  |
| Za izdavača:    | Marko Vujadinović   |
| Recenzenti:     | Dr Snežana Mašović,<br>vanredni profesor Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu<br>Vanja Alendar, dipl.grad.inž.  |
| Dizajn:         | Jelena Radosavljević, mast.inž.arh.<br>Aleksandra Đorđević, mast.inž.arh.   |
| Tiraž:          | 300 primeraka   |
| Štampa:         | Akademski misao   |
| Mesto:          | Beograd   |
| Godina izdanja: | 2018  |
| ISBN:           | 978-86-7466-741-5   |

## Sadržaj

|           |  |
|-----------|--|
| <b>11</b> | <b>Predgovor</b>   |
| <b>13</b> | <b>1 Uvod</b>  |
| 13        | 1.1 Beton, armirani beton i prethodno napregnuti beton                               |
| 15        | 1.2 Istorijski razvoj  |
| 18        | 1.3 Primena  |
| 21        | 1.4 Standardi i propisi  |
| <b>23</b> | <b>2 Osnove proračuna betonskih konstrukcija</b>                                     |
| 23        | 2.1 Teorijska postavka   |
| 25        | 2.1.1 Granična stanja nosivosti - sigurnost  |
| 25        | 2.1.2 Granična stanja upotrebljivosti - funkcionalnost                               |
| 25        | 2.1.3 Eksploatacioni vek i trajnost  |
| 27        | 2.1.4 Koncept pouzdanosti - koeficijenti sigurnosti                                  |
| 28        | 2.2 Osnove proračuna prema SRPS EN 1990 i SRPS EN 1992-1-1                           |
| 28        | 2.2.1 Proračunske situacije  |
| 29        | 2.2.2 Reprezentativne, karakteristične i proračunske vrednosti osnovnih promenljivih |
| 29        | 2.2.2.1 Dejstva i uticaji od dejstava  |
| 31        | 2.2.2.2 Svojstva materijala i nosivost   |
| 32        | 2.2.2.3 Geometrijski podaci  |
| 32        | 2.2.3 Dokaz graničnih stanja   |
| 32        | 2.2.3.1 Dokaz graničnih stanja nosivosti   |
| 36        | 2.2.3.2 Dokaz graničnih stanja upotrebljivosti                                       |
| 37        | 2.2.4 Proračunski eksploatacioni vek i trajnost                                      |
| 38        | 2.2.5 Pouzdanost   |
| 39        | Primeri  |
| <b>43</b> | <b>3 Materijali</b>  |
| 43        | 3.1 Beton  |
| 43        | 3.1.1 Čvrstoće betona  |

|           |   |
|-----------|---|
| 48        | 3.1.2 Deformacijske karakteristike betona   |
| 48        | 3.1.2.1 Deformacije betona pri kratkotrajnom opterećenju  |
| 52        | 3.1.2.2 Deformacije betona zavisne od vremena   |
| 59        | 3.1.3 Fizičke karakteristike betona   |
| 60        | 3.1.3.1 Propustljivost betona   |
| 61        | 3.1.3.2 Difuzija  |
| 62        | 3.1.3.3 Kapilarno upijanje  |
| 62        | 3.2 Čelik za armiranje  |
| 62        | 3.2.1 Proizvodnja i vrste čelika za armiranje   |
| 63        | 3.2.2 Karakteristike čelika   |
| 64        | 3.3 Svojstva materijala prema SRPS EN 1992-1-1  |
| 64        | 3.3.1 Beton   |
| 64        | 3.3.1.1 Čvrstoća pri pritisku, čvrstoća pri zatezanju i modul elastičnosti betona               |
| 66        | 3.3.1.2 Deformacije betona zavisne od vremena – skupljanje i tečenje                            |
| 68        | 3.3.1.3 Naponsko-deformacijski dijagrami betona   |
| 70        | 3.3.1.4 Utegnuti beton  |
| 71        | 3.3.2 Čelik za armiranje  |
| 73        | 3.4 Zajednički rad betona i čelika armature   |
| <b>76</b> | <b>4 Analiza AB konstrukcija</b>  |
| 76        | 4.1 Uvod  |
| 79        | 4.2 Teorija elastičnosti  |
| 80        | 4.3 Teorija plastičnosti (elasto-plastična i plastična analiza)                                 |
| 83        | 4.3.1 Metoda pritisnutih štapova i zatega   |
| 84        | 4.4 Nelinearna analiza  |
| 84        | 4.4.1 Teorija drugog reda   |
| 86        | 4.5 Odredbe SRPS EN 1992-1-1  |
| 88        | 4.6 Principi dokaza graničnih stanja AB konstrukcija i potrebne kontrole prema SRPS EN 1992-1-1 |
| 90        | Primeri   |
| <b>95</b> | <b>5 Granična stanja nosivosti – savijanje sa i bez aksijalne sile</b>                          |
| 95        | 5.1 Osnovne pretpostavke i oznake   |
| 97        | 5.2 Savijanje bez aksijalne sile  |
| 98        | 5.2.1 Jednostrano armirani preseci  |
| 103       | 5.2.2 Mogući zadaci dimenzionisanja   |
| 105       | 5.2.3 Obostrano armirani preseci  |
| 107       | 5.3 Savijanje sa aksijalnom silom   |
| 108       | 5.3.1 Neutralna linija unutar poprečnog preseka – <i>veliki ekscentricitet</i>                  |
| 109       | 5.3.1.1 Jednostrano armirani preseci  |
| 109       | 5.3.1.2 Obostrano armirani preseci  |
| 110       | 5.3.2 Mogući zadaci dimenzionisanja   |

|     |  |
|-----|--|
| 111 | 5.3.3 Neutralna linija van poprečnog preseka – <i>mali ekscentricitet</i>                                |
| 111 | 5.3.3.1 Moment savijanja i aksijalna sila pritiska   |
| 113 | 5.3.3.2 Moment savijanja i aksijalna sila zatezanja  |
| 114 | 5.4 Dijagrami interakcije  |
| 116 | 5.5 T - preseci  |
| 118 | 5.5.1 T – preseci, neutralna linija u rebru  |
| 122 | 5.5.2 T – preseci, neutralna linija u ploči  |
| 123 | 5.6 Proračun preseka čija je pritisnuta površina proizvoljnog oblika - savijanje sa i bez aksijalne sile |
| 125 | 5.7 Koso savijanje sa i bez aksijalne sile   |
| 125 | 5.8 Krivina AB elemenata i veza moment-krivina preseka   |
| 130 | Primeri  |

## **147 6 Granična stanja nosivosti – smicanje**

---

|     |  |
|-----|--|
| 147 | 6.1 Uvod   |
| 149 | 6.2 Elementi koji nemaju armaturu za smicanje  |
| 153 | 6.3 Elementi koji imaju armaturu za smicanje   |
| 159 | 6.4 Odredbe SRPS EN 1992-1-1   |
| 161 | 6.4.1 Elementi za koje se ne zahteva proračun armature za smicanje   |
| 163 | 6.4.2 Elementi za koje se zahteva proračun armature za smicanje  |
| 166 | 6.5 Smicanje na spoju rebra i flanši u T – presecima i odredbe SRPS EN 1992-1-1                              |
| 168 | 6.6 Modifikovana teorija polja pritisaka (Modified compression field theory – MCFT)                          |
| 168 | 6.6.1 Uslovi kompatibilnosti i geometrijski uslovi osrednjenih dilatacija                                    |
| 169 | 6.6.2 Jednačine ravnoteže  |
| 170 | 6.6.3 Veze između napona i deformacija za isprskali beton i čelik armature                                   |
| 171 | 6.6.4 Dodatni uslovi ravnoteže   |
| 173 | 6.6.5 Opšti metod proračuna greda na smicanje i pojednostavljena modifikovana teorija polja pritiska (SMCFT) |
| 174 | 6.7 Generalizacija pristupa polja napona (Generalised Stress Field Approach-GSFA)                            |
| 178 | 6.8 Proračun greda pri smicanju prema MC 2010  |
| 180 | Primeri  |

## **190 7 Granična stanja nosivosti – probijanje**

---

|     |   |
|-----|---|
| 190 | 7.1 Uvod  |
| 193 | 7.2 Mehanizam loma usled probijanja   |
| 198 | 7.3 Uloga armature za smicanje u kontroli probijanja                            |
| 201 | 7.4 Uticaj izduženih opterećenih površina (oslonaca) na nosivost pri probijanju |
| 203 | 7.5 Probijanje u uslovima nesimetrije geometrije i opterećenja                  |
| 204 | 7.6 Dokaz granične nosivosti pri probijanju prema SRPS EN 1992-1-1              |
| 204 | 7.6.1 Položaj i oblik kontrolnog preseka  |
| 207 | 7.6.2 Proračun napona smicanja od probijanja                                    |

|     |   |
|-----|---|
| 214 | 7.6.3 Nosivost pri probijanju ploča bez armature za smicanje                          |
| 214 | 7.6.4 Nosivost pri probijanju ploča sa armaturom za smicanje                          |
| 217 | 7.6.5 Temelji   |
| 219 | 7.6.6 Detalji armiranja   |
| 220 | 7.7 Teorija širine kritične smičuće prsline (Critical shear crack width theory-C SCT) |
| 225 | 7.8 Proračun nosivosti ploča pri probijanju prema MC 2010                             |
| 225 | 7.8.1 Osnovni i efektivni kontrolni obim i statička visina s obzirom na smicanje      |
| 227 | 7.8.2 Proračun nosivosti ploče pri probijanju   |
| 228 | 7.8.3 Proračun rotacije ploče u okolini oslonjene površine                            |
| 230 | 7.8.4 Proračun nosivosti ploče pri probijanju izvan armirane zone                     |
| 231 | 7.8.5 Armatura za obezbeđenje od progresivnog loma                                    |
| 233 | 7.8.6 Detalji armiranja   |
| 234 | Primeri   |

## **244 8 Granična stanja nosivosti – torzija**

---

|     |  |
|-----|--|
| 244 | 8.1 Uvod   |
| 245 | 8.2 Torziona neisprskali elementi                      |
| 247 | 8.3 Torziona isprskali elementi – slučaj čiste torzije |
| 252 | 8.4 Kombinovano dejstvo smicanja i torzije             |
| 253 | 8.5 Odredbe SRPS EN 1992-1-1                           |
| 253 | 8.5.1 Čista torzija                                    |
| 255 | 8.5.2 Kombinovano dejstvo smicanja i torzije           |
| 257 | Primer   |

## **262 9 Granična stanja nosivosti – uticaji drugog reda**

---

|     |  |
|-----|--|
| 262 | 9.1 Efektivna dužina                               |
| 263 | 9.2 Klasifikacija konstrukcija                     |
| 263 | 9.3 Vitkost i granice vitkosti                     |
| 264 | 9.4 Metode analize                                 |
| 265 | 9.5 Odredbe SRPS EN 1992-1-1                       |
| 265 | 9.5.1 Opšte  |
| 266 | 9.5.2 Uprošćeni kriterijumi za uticaje drugog reda |
| 266 | 9.5.2.1 Kriterijumi za globalnu analizu            |
| 268 | 9.5.2.2 Kriterijum vitkosti za izdvojene elemente  |
| 269 | 9.5.2.3 Efektivna dužina izdvojenih elemenata      |
| 271 | 9.5.3 Uticaj tečenja                               |
| 271 | 9.5.4 Metode analize                               |
| 271 | 9.5.4.1 Opšta metoda                               |
| 273 | 9.5.4.2 Uprošćene metode                           |
| 277 | 9.5.4.2.1 Metoda zasnovana na nominalnoj krutosti  |
| 280 | 9.5.4.2.2 Metoda zasnovana na nominalnoj krivini   |

|     |  |
|-----|--|
| 283 | 9.5.4.3 Globalna analiza drugog reda                                       |
| 286 | 9.5.5 Koso savijanje   |
| 287 | 9.5.6 Geometrijske imperfekcije  |
| 289 | 9.5.7 Pomoćni materijali za primenu metode zasnovane na nominalnoj krivini |
| 289 | 9.5.8 Rezime   |
| 291 | Primeri  |

## **300 10 Granična stanja upotrebljivosti - SLS**

---

|     |   |
|-----|---|
| 301 | 10.1 Proračun graničnog stanja upotrebljivosti (SLS)  |
| 303 | 10.2 Proračunski modeli   |
| 304 | 10.3 Opterećenja pri kojima se sprovode SLS provere   |
| 308 | 10.4 Modeli materijala i elemenata za SLS proračune betonskih konstrukcija                    |
| 310 | 10.4.1 Konvencija o znaku   |
| 312 | 10.4.2 Izbor modela preseka za SLS proračun betonske konstrukcije                             |
| 313 | 10.5 Izračunavanje i kontrolisanje napona u elementima  |
| 313 | 10.5.1 Izračunavanje napona u preseku bez prslina   |
| 314 | 10.5.2 Izračunavanje napona u preseku sa prslinom   |
| 316 | 10.5.3 Izračunavanje napona u preseku sa prslinom za slučaj savijanja samo momentom           |
| 322 | 10.5.4 Kontrola napona prema SRPS EN 1922-1-1   |
| 324 | 10.5.5 Preporuke  |
| 326 | 10.6 Kontrola prslina u armiranobetonskim elementima  |
| 326 | 10.6.1 Uzroci i posledice nastajanja prslina  |
| 329 | 10.6.2 Mere za kontrolu nastajanja prslina  |
| 330 | 10.6.3 Ograničenja širine prslina prema SRPS EN 1922-1-1                                      |
| 331 | 10.6.4 Kontrola širine prslina  |
| 332 | 10.6.5 Minimalna površina armature za „kontrolu“ prslina (sprečavanje preširokih prslina)     |
| 336 | 10.6.6 Proračun širine prslina (kontrola prslina proračunom)                                  |
| 340 | 10.6.7 Kontrola prslina bez direktnog proračuna   |
| 342 | 10.6.8 Preporuke  |
| 343 | 10.7 Kontrola ugiba armiranobetonskih elemenata   |
| 343 | 10.7.1 Uvod u proračun ugiba betonskih konstrukcija   |
| 344 | 10.7.2 Razlozi za kontrolu ugiba kod elemenata zgrada   |
| 344 | 10.7.3 Bitne napomene vezane za kontrolu ugiba  |
| 347 | 10.7.4 Ograničenja ugiba koja preporučuje SRPS EN 1922-1-1                                    |
| 348 | 10.7.5 Postupci za kontrolu ugiba prema SRPS EN 1922-1-1                                      |
| 350 | 10.7.5.1 Kontrola ugiba bez direktnog proračuna   |
| 351 | 10.7.5.2 Kontrola ugiba proračunom  |
| 357 | 10.7.5.3 Kontrola ugiba proračunom – pojednostavljena varijanta                               |
| 362 | 10.7.5.4 Kontrola ugiba proračunom – detaljni proračun  |
| 365 | 10.7.5.5 Vrednosti koeficijenta tečenja i ukupne dilatacije skupljanja prema SRPS EN 1922-1-1 |
| 367 | 10.7.6 Preporuke  |

|            |   |
|------------|---|
| <b>369</b> | <b>11 Metoda pritisnutih štapova i zatega</b>   |
| 369        | 11.1 Opšte o metodi   |
| 370        | 11.2 Metodologija proračuna   |
| 371        | 11.3 Pritisnuti štapovi i odredbe SRPS EN-1992-1-1  |
| 372        | 11.4 Zatege i odredbe SRPS EN-1992-1-1  |
| 373        | 11.5 Čvorovi i odredbe SRPS EN-1992-1-1   |
| 375        | 11.6 Lokalno opterećene površine  |
| 376        | 11.7 Kratki elementi  |
| 378        | 11.8 Oblasti diskontinuiteta u gredama usled delovanja koncentrisanog opterećenja u blizini oslonca |
| 378        | Primeri   |
| <b>387</b> | <b>12 Trajnost</b>  |
| 387        | 12.1 Uslovi sredine   |
| 389        | 12.2 Deterioracioni mehanizmi betonskih konstrukcija  |
| 391        | 12.2.1 Korozija armature  |
| 391        | 12.2.2 Direktna degradacija betona usled ciklusa zamrzavanja i odmrzavanja                          |
| 392        | 12.2.3 Direktna degradacija betona usled hemijske agresije  |
| 393        | 12.2.4 Direktna degradacija betona usled alkalno-agregatne reakcije                                 |
| 393        | 12.2.5 Direktna degradacija betona usled odloženog formiranja etringita                             |
| 394        | 12.3 Razvoj degradacije betona i proračunski eksploatacioni vek                                     |
| 395        | 12.4 Pouzdanost   |
| 396        | 12.5 Procena stepena degradacije konstrukcije   |
| 396        | 12.6 Odredbe SRPS EN 1992-1-1   |
| <b>400</b> | <b>13 Prianjanje između betona i čelika; sidrenje, nastavljnje i vođenje armature</b>               |
| 400        | 13.1 Prianjanje u savijanim AB elementima   |
| 403        | 13.2 Čvrstoća pri prianjanju  |
| 405        | 13.3 Dužina sidrenja zategnutih šipki armature  |
| 405        | 13.4 Dužina sidrenja pritisnutih šipki armature   |
| 405        | 13.5 Nastavljanje podužne armature  |
| 406        | 13.6 Vođenje podužne armature   |
| 408        | 13.7 Sidrenje, nastavljnje i vođenje armature prema SRPS EN 1992-1-1                                |
| 408        | 13.7.1 Sidrenje podužne armature  |
| 411        | 13.7.2 Sidrenje uzengija i armature za smicanje   |
| 412        | 13.7.3 Sidrenje zavarenim šipkama   |
| 413        | 13.7.4 Nastavljanje armature  |
| 418        | 13.7.5 Vođenje podužne armature   |
| <b>420</b> | <b>14 Projektovanje prema ponašanju</b>   |
| 420        | 14.1 Opšte  |



|     |  |
|-----|--|
| 421 | 14.2 Model propisa MC 2010   |
| 422 | 14.2.1 Kriterijumi ponašanja za kategorije: upotrebljivost i sigurnost |
| 424 | 14.2.2 Kriterijumi ponašanja za kategoriju: održivost                  |
| 425 | Primer   |

---

**428      Literatura**

---

**433      Prilozi**

---

|     |   |
|-----|---|
| 434 | Prilog 1 – Tabela koeficijenata za proračun pravougaonih preseka opterećenih na savijanje   |
| 436 | Prilog 2 – Dijagrami interakcije za dimenzionisanje pravougaonih i kružnih preseka (za klase betona C12/15 – C50/60 i armaturu klase B500B) |
| 450 | Prilog 3 – Dijagrami koeficijenta Kr za primenu u metodi nominalne krivine  |
| 460 | Prilog 4 – Korozijska armature usled karbonatizacije i usled prodora hlorida  |



## Predgovor

Ova knjiga nastala je prvenstveno iz želje da se studentima Građevinskog fakulteta u Beogradu obezbedi odgovarajuća literatura iz predmeta *Teorija betonskih konstrukcija 1* i *Teorija betonskih konstrukcija 2*. Kao što naslov govori, knjiga se bavi *teorijom betonskih konstrukcija* i prikazuje savremene teorijske i praktične pristupe rešavanju raznih problema iz oblasti ove važne konstrukterske discipline.

Moderna istorija betona traje oko 150 godina. Razvoj teorijske misli, od intuicije do složenih mehaničko-matematičkih modela, bio je pomognut razvojem srodnih naučnih disciplina. Danas smo sposobni da sa zadovoljavajućom tačnošću modeliramo ponašanje i prognoziramo odgovor betonskih konstrukcija na sva dejstva kojima mogu biti izložene u toku eksploatacije, incidenta, zemljotresa. Ovo je veoma važno jer su zahtevi koje savremeno doba postavlja pred betonske konstrukcije visoki: pored obezbeđenja pouzdanosti, odnosno sigurnosti, funkcionalnosti i trajnosti, od betonskih konstrukcija se očekuje i da budu robusne, da obezbede zaštitu od mogućih incidenata i da budu održive. Na održivosti se specijalno insistira, pa konstrukcije treba projektovati i graditi tako da se njihov uticaj na životnu sredinu tokom čitavog životnog ciklusa, od građenja do uklanjanja, smanji na najmanju moguću meru.

Proračun betonskih konstrukcija se zasniva na primeni *Teorije pouzdanosti* i *Teorije graničnih stanja*, odnosno zasniva se na prihvatljivoj verovatnoći da projektovana konstrukcija neće biti nepodobna za primenu u određenom vremenskom periodu, što znači da nijedno relevantno granično stanje neće biti dostignuto. Dokazuju se dve osnovne grupe graničnih stanja: *granična stanja nosivosti* i *granična stanja upotrebljivosti*. Osim toga, mora biti dokazana *trajnost*, odnosno konstrukcija mora biti proračunata tako da njena degradacija u toku eksploatacionog veka ne utiče na smanjenje nivoa ponašanja konstrukcije ispod određene mere, imajući u vidu predviđeni nivo održavanja. U skladu sa tim su organizovana poglavlja ove knjige.

Oblast projektovanja i građenja betonskih konstrukcija je u svim zemljama regulisana odgovarajućim normativnim aktima. Obrazovanje građevinskih inženjera zbog toga mora da uključi i poznavanje osnovnih zahteva standarda, i još više i važnije, njihovo razumevanje. U Srbiji je, 2015. godine, Institut za standardizaciju Srbije objavio na srpskom jeziku deo 1-1 Evrokoda 2: SRPS EN 1992-1-1: Evrokod 2 - Projektovanje betonskih konstrukcija - Deo 1-1: Opšta pravila i pravila za zgrade i odgovarajući Nacionalni prilog SRPS EN 1992-1-1/NA. Za ove dokumente se u tekstu često koristi skraćenica EC2. U trenutku pisanja ove knjige još nije počela obavezna primena ovih standarda u Srbiji (nije donet odgovarajući akt od strane države), kao uostalom ni drugih delova Evrokodova za konstrukcije, koje je do sada objavio Institut za standardizaciju Srbije. Međutim, u praksi se ovi standardi uveliko upotrebljavaju, pa knjiga sadrži tumačenje njihovih odredbi i primenu u karakterističnim brojnim primerima. Takođe se bavi i pojedinim odredbama drugih standarda koje su potrebne za primenu EC2, kao, recimo, odredbama standarda SRPS EN 1990: Evrokod - Osnove projektovanja konstrukcija, odnosno Nacionalnog priloga SRPS EN 1990/NA (za koje se u tekstu često koristi skraćenica EC0).

Poslednja generacija standarda iz oblasti betonskih konstrukcija u Evropi, Model propisa 2010 (MC 2010), se zasniva na sveobuhvatnom konceptu projektovanja pod nazivom *Projektovanje prema ponašanju (performansama)*. U okviru ovog koncepta definišu se osnovne kategorije ponašanja konstrukcija: sigurnost, upotrebljivost (koja uključuje trajnost) i održivost, kao i kriterijumi ponašanja za svaku od kategorija. S obzirom na to da MC 2010 predstavlja *state-of-the-art* u oblasti teorije betonskih konstrukcija danas, i da će se na njemu zasnivati naredna verzija Evrokoda 2, filozofija i zahtevi ovog standarda su takođe izloženi i komentarisani. U tom smislu, knjiga "ide" napred u odnosu na trenutno važeće Evrokodove i prevazilazi okvire materije koja se predaje u okviru predmeta *Teorija betonskih konstrukcija 1* i *Teorija betonskih konstrukcija 2*. Želja je bila da se zainteresovani čitaoci upoznaju sa najnovijim pravcima razvoja teorijske misli i praktičnih pristupa u ovoj oblasti.

Konačno, u okviru Priloga su dati određeni pomoćni materijali za dimenzionisanje, koji su pre svega namenjeni studentima, kao pomoć pri rešavanju zadataka iz predmeta *Teorija betonskih konstrukcija 1* i *2*. Prilog takođe sadrži metode za dokaz nekih graničnih stanja trajnosti betonskih konstrukcija, koje se zasnivaju na odgovarajućim fizičko-hemijskim modelima i predstavljaju unapređenje u odnosu na tretman koji trajnost ima u EC2.

Knjiga je rezultat napora nastavnika i saradnika na grupi predmeta *Betonske konstrukcije* na Građevinskom fakultetu u Beogradu. Veliki trud i entuzijizam u ovaj posao uložili su: doc.dr Ivan Ignjatović, dipl.građ.inž. – poglavlja Trajnost, Smicanje i Torzija; doc.dr Veljko Koković, dipl.građ.inž. – poglavlje Smicanje; asistent Ivan Milićević, master inž.građ. – poglavlja Uticaji drugog reda, Torzija i Prilozi, kojima se najtoplije zahvaljujemo na pomoći oko izrade ovog teksta.

Posebnu zahvalnost dugujemo dugogodišnjem prijatelju, učitelju i saradniku, gospodinu Vanji Alendaru, koji je inicijator i podrška većinom stremljenju ka boljem. Njegovi saveti i komentari su doprineli poboljšanju kvaliteta teksta i njegove prezentacije.

Zahvaljujemo se našim porodicama koje su hrabro izdržale našu odsutnost i posvećenost realizaciji ovog, za nas velikog truda. Zato je ova knjiga posvećena njima: Đorđu, Matiji, Vesni i Kseniji.

Za izgled i tehnički kvalitet knjige zaslužne su mast. inž. arh. Jelena Radosavljević i mast.inž. arh. Aleksandra Đorđević.

U Beogradu,  
jun 2018.

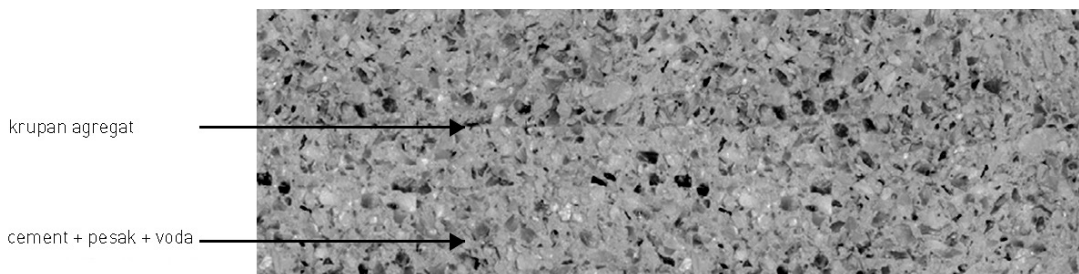
Autori

# 1 Uvod

## 1.1 Beton, armirani beton i prethodno napregnuti beton

Slika 1.1  
Struktura  
očvrslog betona

Beton je materijal koji se dobija mešanjem agregata (najčešće kamenog, rečnog ili drobljenog), cementa i vode u određenim proporcijama, da bi se dobila željena svojstva u svežem i očvrslom stanju. Osnovu materijala čini agregat (krupan i sitan - pesak), dok cement i voda hemijski reaguju vezujući zrna agregata u kompaktnu masu, slika 1.1. U svežem stanju beton ima konzistenciju koja omogućava livenje u kalupe željenog oblika, tako da je od betona praktično moguće napraviti konstrukcije potpuno proizvoljnog oblika, što je vrlo teško ili neizvodljivo sa drugim građevinskim materijalima. Kao i prirodni kamen, beton ima relativno veliku čvrstoću pri pritisku (20 MPa do 90 MPa za uobičajene betone) što ga čini pogodnim za primenu u konstrukcijskim elementima opterećenim pretežno na pritisak. Takođe kao prirodni kamen, beton je krt materijal sa čvrstoćom pri zatezanju značajno manjom od čvrstoće pri pritisku, zbog čega nije pogodan za primenu u elementima opterećenim na zatezanje ili savijanje.

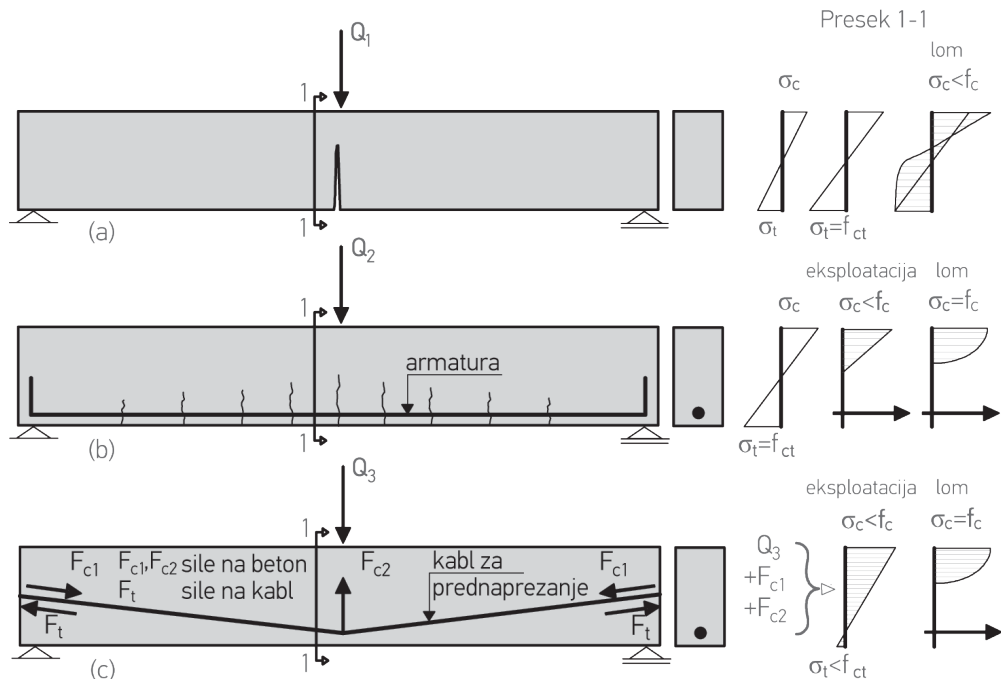


Ovo (veliko) ograničenje betona rešeno je, u drugoj polovini devetnaestog veka, *armiranjem* zategnute zone betonskog preseka materijalom koji ima visoku čvrstoću pri zatezanju – čelikom. Ovaj čelik, koji se naziva armatura, se proizvodi u obliku šipki malih prečnika i postavlja u kalupe, u zone u kojima se javlja zatezanje, pre *izlivanja* betona. U nearmiranom betonskom elementu, nakon iscrpljenja čvrstoće pri zatezanju u preseku u kome su naponi zatezanja najveći, javlja se prslina koja praktično znači lom preseka, slika 1.2a. Dakle, nosivost betona, odnosno elementa u slučaju prikazanom na slici 1.2a, određena je čvrstoćom betona na zatezanje. Ako se u zategnutoj zoni elementa nalazi čelična armatura, nakon pojave prsline napone zatezanja prihvata čelična armatura, slika 1.2b. Na taj način se može iskoristiti čvrstoća betona pri pritisku i višestruko povećati nosivost armiranobetonskog (AB) elementa u odnosu na onu koju bi imao nearmirani betonski element,  $Q_2 > Q_1$ , slika 1.2b. Sama reč armiran inače potiče od francuske reči *armé* (*Béton armé*) što znači *ojačan*. Isto značenje ima i engleski naziv *Reinforced concrete*.

Nakon očvršćavanja, beton čvrsto prijanja za čelik. Zahvaljujući dobroj adheziji i činjenici da su koeficijenti linearnog termičkog širenja betona i čelika praktično isti na temperaturama do oko 80°C, ova dva materijala, veoma različitih mehaničkih karakteristika, se zajednički deformišu pod opterećenjem bez narušavanja prijanjanja – spregnuti su u jedan materijal koji se naziva armirani beton. Konstrukcije od armiranog betona projektuju se tako da se betonom prihvataju naponi pritiska a čelikom naponi zatezanja, tako da svaki materijal bude racionalno iskorišćen.

Čelična armatura počinje da biva racionalno iskorišćena tek nakon pojave prslina, odnosno prsline su neizbežno i normalno eksploataciono stanje armiranobetonskih konstrukcijskih elemenata. One, međutim, smanjuju krutost elementa i njegovu otpornost na razne korozivne uticaje. Drugim rečima, eliminacija prslina bi svakako povoljno uticala na nosivost, deformabilnost i trajnost AB elemenata. Krajem devetnaestog veka pojavila se ideja o prethodnom naprezanju betona, u smislu unošenja napona pritiska u konstrukcijske elemente, kojima bi se smanjili ili poništili naponi zatezanja koji potiču od opterećenja. Jedan jednostavan način za unošenje napona pritiska je zatezanjem čelika (u obliku šipki, žica, užadi) postavljenog u odgovarajuću zonu, pomoću hidrauličnih presa koje se odupiru o čela betonskog elementa, unoseći tako u njega silu pritiska. Na ovaj način se u betonski element može uneti željeno opterećenje, a najbolje je da ono bude istog tipa kao i spoljašnje opterećenje, samo suprotnog smera, slika 1.2c. Zahvaljujući poništavanju dela spoljašnjeg opterećenja, može se postići veća nosivost nego kod armiranog elementa (i krutost, ako se ne dozvoljavaju prsline),  $Q_3 > Q_2 > Q_1$ . Ovako teorijski razrađena ideja o prethodnom naprezanju našla je praktičnu primenu tek nakon osvajanja tehnologije proizvodnje visokovrednih čelika. Vremenske deformacije betona (skupljanje i tečenje) izazivaju gubitak unete sile pritiska, pa su za prethodno naprezanje potrebni čelici sa znatno većim čvrstoćama pri zatezanju od onih koji se koriste za armaturu. Tako je nastala posebna vrsta armiranog betona – prethodno napregnuti beton, koji danas ima široku primenu u armiranobetonskim konstrukcijama velikih raspona ili specifičnih zahteva (na primer, konstrukcije bez prslina).

Slika 1.2  
Nearmirana  
(a), armirana  
(b) i prethodno  
napregnuta (c)  
betonska greda  
( $f_c$  – čvrstoća  
betona pri  
pritisku;  $f_{ct}$  –  
čvrstoća betona  
pri zatezanju)

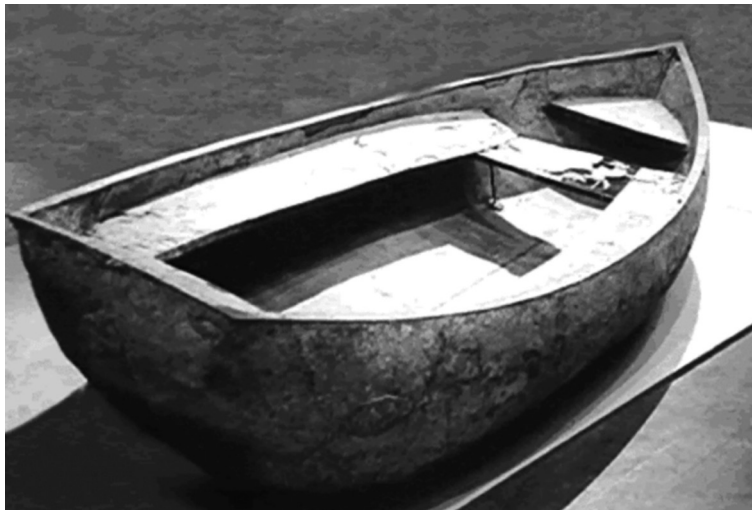


## 1.2 Istorijski razvoj

Najstariji beton na svetu, prema sadašnjim saznanjima, pronađen je na tlu Srbije (Aćić i Marinković, 2012). Na lokalitetu Lepenski vir, u staništima ljudi toga vremena, pronađeni su betonski podovi stari oko 7600 godina. Ovi betoni su spravljeni od mešavine krečnog veziva, peska, šljunka i vode. Moderna istorija betona ipak počinje pronalaskom Portland cementa, odnosno usavršavanjem njegove industrijske proizvodnje u drugoj polovini 19. veka. Danas se smatra da je Francuz Žan-Luj Lambo (Jean-Louis Lambot) napravio prvu armiranobetonsku konstrukciju, koja je doduše bila čamac, 1948. godine. Čamac je bio napravljen od cementnog maltera armiranog žičanom mrežom, slika 1.3. Praktično u isto vreme, 1949. godine, francuski vrtlar Žozef Monije (Joseph Monier) je počeo proizvodnju saksija, takođe od cementnog maltera armiranog žičanom mrežom. Monije je bio preduzimljiv čovek koji je shvatio da bi materijal od kojeg je pravio saksije mogao uspešno da se primenjuje i u građevinarstvu.

Ubrzo nakon saksija, sledili su patenti za izradu armiranobetonskih rezervoara, cevi, ploča i stepeništa. Monijeove AB konstrukcije bile su rezultat empirike (bio je ipak vrtlar) mada su mu u razradi patenata pomagali iskusni inženjeri.

Slika 1.3  
Prva AB  
"konstrukcija"  
– Lamboov  
čamac (Ačić  
i Marinković,  
2012)



Do kraja 19. veka AB konstrukcije građene su uglavnom po intuiciji i na osnovu iskustva u drugim materijalima, bez proračuna i poznavanja svojstva materijala i ponašanja konstrukcija pod opterećenjem. Kraj 19. i početak 20. veka bili su prelomni periodi u razvoju AB konstrukcija. U ovom periodu počinju da se vrše eksperimentalna i teorijska istraživanja (Considère, Bauschinger, Bach, Ritter, Belejubiški), a konstrukcije (među kojima i mostovi) se izvode na osnovu empirijskih izraza i rezultata istraživanja. Naziru se konture prve teorije za proračun AB konstrukcija - *Teorije dopuštenih napona*.

Od početka 20. veka vrše se obimna i raznovrsna eksperimentalna istraživanja AB elemenata i zaokružuje *Teorija dopuštenih napona* koja će se, sa malim izmenama i dopunama, zadržati u narednih sedam-osam decenija. U ovim istraživanjima prednjačile su zemlje zapadne Evrope (Francuska, Nemačka, Švajcarska) i Rusija. Izdaju se prvi zvanični tehnički propisi za beton i armirani beton (1904. godine u Nemačkoj, 1906. godine u Francuskoj, 1908. godine u Rusiji) i grade značajni objekti. U Francuskoj E. Fresine (Freyssinet) gradi brojne mostove od AB, među kojima most Plugastel dužine 3 x 172 m, što je bio svetski rekord po rasponima do 1934. godine. Takođe, prvi put primenjuje prethodno naprezanje na objektima pristaništa u luci Avr (Havre), 1930. godine. L. Konsider (Considère) gradi prvu betonsku lučnu branu 1916. godine. Posle prvog svetskog rata razvija se gradnja praktično svih vrsta objekata u armiranom i prethodno napretnom betonu.

Primena armiranog betona u Kraljevini Srbiji je počela tek nakon 1900. godine. Smatra se da je prvi objekat čija je konstrukcija (temelji, stubovi, tavanice i stepeništa) izgrađena od armiranog betona hotel Moskva u Beogradu, 1907. godine (projektant Jovan Ilkić i grupa arhitekata iz Sankt Peterburga), slika 1.4. Iako u početku sa zakašnjenjem, do pune primene armiranog betona u srpskom građevinarstvu došlo je u periodu između dva svetska rata, kada su sagrađeni mnogi reprezentativni objekti. Izdvajaju se dva: palata Albanija u Beogradu (projektant konstrukcije Đ. Lazarević), tada najviša zgrada u Jugoistočnoj Evropi, slika 1.5, i Most na Đurđevića Tari (projektant konstrukcije M. Trojanović), drumski lučni most sa rasponom velikog luka 116 m i visinom oko 150 m, slika 1.6. Ovaj most poznat je i danas po izuzetnoj lepoti i uklopljenosti u prirodni ambijent.

Dalji razvoj teorijske misli kretao se u pravcu uvođenja kontrola sigurnosti, funkcionalnosti i trajnosti konstrukcija, odnosno *Teorije pouzdanosti* u proračun betonskih konstrukcija. *Teorija dopuštenih napona* se sastoji u proračunu napona u karakterističnim preseccima elemenata za najnepovoljniju kombinaciju eksploatacionog opterećenja, pod pretpostavkom linearno elastičnog ponašanja betona i čelika, i dokazivanju da nisu veći od dopuštenih napona. Dopušteni naponi se dobijaju umanjnjem karakterističnih čvrstoća betona i čelika