

Антоније Р. Ђорђевић

# **ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

Академска мисао  
Универзитет у Београду  
Електротехнички факултет  
Београд, 2016.

Антоније Р. Ђорђевић  
**ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ**  
Прво издање

Рецензенти  
мр Градимир Божиловић  
др Бранко Колунџија  
др Владимир Петровић  
др Дејан Тошић

Издаје и штампа  
АКАДЕМСКА МИСАО  
Београд

Тираж 300 примерака

ISBN 978-86-7466-627-2

# Предговор

Овај уџбеник је произашао из материјала за предавања из предмета Основи електротехнике која је аутор држао на Електротехничком факултету Универзитета у Београду од школске 1987/88. године до 2002/03. године, као и из предмета Основи електротехнике 1 и 2 и Практикум из Основа електротехнике 1 и 2, произашлих из Основа електротехнике, које држи од школске 2003/04. године. Те, нове, предмете је аутор оформио сагласно актуелним потребама наставе из ове области на Електротехничком факултету у Београду. Предмети су конципирани тако да на савремен начин обрађују материју која је неопходан основ за предмете електротехничког садржаја на старијим годинама на свим одсецима Факултета.

Предмет Основи електротехнике има на Електротехничком факултету у Београду традицију дугу пола века. Првобитни курс предмета је креирао професор Миодраг Ранојевић. Ревидиран и модернизован курс је на Електротехнички факултет у Београду увео академик професор др Јован Сурутка, паралелно са сличним курсом који је на Факултет техничких наука у Новом Саду увео академик професор др Бранко Поповић.

Градиво предмета Основа електротехнике 1 и 2, као и одговарајућих практикума, подељено је у четири области: електростатичка поља, поља и кола сталних струја, електромагнетска поља (стална магнетска поља и променљива електромагнетска поља) и кола променљивих струја. Сходно томе је и уџбеник „Основи електротехнике“ подељен у четири одговарајућа поглавља. У досадашњим издањима свако поглавље објављено је у по једном тому, а у овом издању сва поглавља су у истој књизи.

Осим градива које се предаје у оквиру предмета Основи електротехнике 1 и 2, овај уџбеник садржи додатни материјал који је означен испрекиданим линијама на левој и десној маргини, а који се може изоставити при читању без губитка континуитета. Део тога материјала се обрађује у предметима Практикум из Основа електротехнике 1 и 2. Означени материјал омогућава заинтересованом читаоцу проширивање знања из одговарајућих области.

Аутор се посебно захваљује свом дугогодишњем сараднику и прегаоцу на предмету Основи електротехнике, мр инж. Градимиру Божиловићу, на великој помоћи и подршци током израде овог уџбеника. Аутор се такође захваљује својим блиским сарадницима, професору др инж. Бранку Колунџији, ванредном професору др инж. Владимиру Петровићу, професору др инж. Дејану Тошићу, ванредном професору др Драгану Олћану и доценту др Слободану Савићу на корисним примедбама и сугестијама.



# Садржај

	Страна
1. Електростатика.....	1
1.1. Увод.....	1
1.2. Наелектрисање .....	2
1.3. Електростатичко поље.....	4
1.4. Кулонов закон .....	5
Координатни системи.....	12
1.5. Вектор јачине електричног поља.....	17
1.5.1. Расподеле наелектрисања.....	21
Просторна расподела наелектрисања.....	22
Површинска расподела наелектрисања .....	26
Линијска расподела наелектрисања .....	32
1.5.2. Одређивање електричног поља расподељених наелектрисања.....	34
Електрично поље просторног наелектрисања.....	34
Електрично поље површинског наелектрисања.....	35
Електрично поље линијског наелектрисања .....	35
Примери.....	36
1.6. Потенцијал.....	43
1.6.1. Напон .....	54
1.6.2. Еквипотенцијалне површи и линије електричног поља.....	56
1.6.3. Одређивање вектора јачине електричног поља из потенцијала .....	57
1.6.4. Електростатички дипол .....	60
1.7. Гаусов закон .....	62
1.7.1. Одређивање електричног поља помоћу Гаусовог закона .....	70
Сферна геометрија .....	71
Цилиндрична геометрија.....	76
Раванска геометрија.....	80
1.7.2. Једнодимензиони диференцијални облик Гаусовог закона .....	87
1.7.3. Пуасонова и Лапласова једначина.....	89
1.8. Проводници у електростатичком пољу .....	90
1.8.1. Проводници .....	90
1.8.2. Електростатичка индукција .....	93
1.8.3. Гранични услови .....	94
1.8.4. Расподела наелектрисања на проводним телима.....	97
1.8.5. Теорема ликова .....	104
1.8.6. Капацитивности .....	107
Капацитивност усамљеног проводног тела .....	107
Кондензатор и његова капацитивност .....	108
1.9. Електростатичко поље у присуству диелектрика .....	118
1.9.1. Поларизација диелектрика .....	118

Вектор поларизације.....	123
Померај наелектрисања у процесу поларизације и везано наелектрисање .....	125
1.9.2. Уопштени Гаусов закон .....	133
Гранични услови .....	138
1.9.3. Анализа поља у системима са диелектрицима.....	141
Линеаран хомоген диелектрик.....	142
Линеаран нехомоген диелектрик.....	143
Нелинеаран диелектрик.....	150
1.10. Рад електричних сила и енергија електростатичког поља .....	152
1.10.1. Одређивање електричних сила .....	157
2. Сталне струје.....	167
2.1. Увод.....	167
2.2. Поља сталних струја.....	168
2.2.1. Увод.....	168
2.2.2. Основне једначине електростатике .....	168
2.2.3. Изолатори и проводници.....	169
2.2.4. Електрична струја .....	171
2.2.5. Вектор густине струје.....	173
2.2.6. Специфична проводност и специфична отпорност .....	174
2.2.7. Цулови губици .....	177
2.2.8. Побудно електрично поље и генератори .....	178
Генератор у празном ходу.....	179
Генератор у проводној средини.....	181
Снаге .....	184
Струјно коло.....	186
2.2.9. Јачина струје и расподеле струје.....	187
Запреминске струје .....	189
Површинске струје .....	190
Линијске струје .....	193
Преглед расподела наелектрисања и расподела струје .....	194
2.2.10. Једначине стационарног струјног поља.....	195
Једначина континуитета.....	195
Закон циркулације вектора јачине електричног поља.....	197
Потпуни систем једначина стационарног струјног поља.....	199
Гранични услови .....	201
2.2.11. Анализа стационарних струјних поља.....	203
Проводници за повезивање .....	203
Поље у отпорницима .....	205
Снага отпорника.....	215
Поље у генераторима.....	216
Снага генератора.....	218
2.3. Кола сталних струја .....	221
2.3.1. Електричне шеме .....	223
Отпорници .....	224
Реални напонски генератори.....	225
Проводници за повезивање .....	225
Означивање напона и струја.....	227
Усклађени и неусклађени референтни смерови напона и струје .....	228
2.3.2. Релације између напона и струје отпорника .....	229

2.3.3. Релације између напона и струје реалног напонског генератора .....	230
2.3.4. Снаге елемената кола .....	232
2.3.5. Кирхофови закони .....	235
Први Кирхофов закон .....	235
Други Кирхофов закон .....	237
2.3.6. Редна и паралелна веза два отпорника .....	242
Редна веза .....	242
Паралелна веза .....	245
2.3.7. Просто коло са једним напонским генератором .....	247
2.3.8. Идеални напонски генератор .....	250
Еквивалентна шема реалног напонског генератора .....	252
Сумирање напона на идеалним напонским генераторима и отпорницима .....	253
Просто коло са више напонских генератора и отпорника .....	257
2.3.9. Идеални струјни генератор .....	259
Реални струјни генератор .....	263
Трансфигурације реалних генератора .....	263
2.4. Сложена кола сталних струја .....	265
2.4.1. Елементи кола сталних струја .....	269
Идеални напонски генератор .....	269
Идеални струјни генератор .....	270
Отпорник .....	271
Кратак спој .....	272
Отворена веза .....	272
Прекидач .....	273
Преклопник .....	274
2.4.2. Решавање кола сталних струја .....	274
2.4.3. Граф кола .....	276
2.4.4. Кирхофови закони .....	279
Постављање једначина по првом Кирхофовом закону .....	280
Постављање једначина по другом Кирхофовом закону .....	283
Одређивање напона између две тачке .....	287
Табло систем једначина .....	287
Редуковани систем једначина .....	289
2.4.5. Метод контурних струја .....	294
2.4.6. Метод потенцијала чворова .....	299
2.4.7. Трансфигурације отпорничких мрежа .....	307
Редна веза отпорника .....	308
Паралелна веза отпорника .....	309
Мешовита веза отпорника .....	310
Еквиваленција трокраке звезде и троугла отпорника .....	311
2.5. Теореме кола сталних струја .....	316
2.5.1. Теореме линеарности .....	316
Метод пропорционалних величина .....	321
2.5.2. Теореме компензације .....	323
2.5.3. Тевененова и Нортонова теорема .....	329
2.5.4. Теореме реципроцитета .....	338
2.5.5. Теорема одржања снаге .....	341
2.5.6. Прилагођење по снази .....	342
2.5.7. Симетрија и теорема бисекције .....	347

2.6. Контролисани генератори .....	353
2.7. Мреже са два приступа .....	360
2.8. Кола са нелинеарним елементима .....	371
2.9. Кола са кондензаторима .....	387
3. Електромагнетизам .....	407
3.1. Увод .....	407
3.2. Стално магнетско поље у вакууму .....	409
3.2.1. Наелектрисања у покрету .....	409
3.2.2. Струјни елемент .....	418
3.2.3. Био-Саваров закон .....	419
3.2.4. Струјна контура у магнетском пољу .....	431
3.2.5. Магнетски флуks .....	437
Закон конзервације магнетског флуksа .....	437
3.2.6. Амперов закон .....	442
3.3. Магнетско поље у присуству материјала .....	456
3.3.1. Магнетисање материјала и вектор магнетизације .....	456
3.3.2. Амперове струје .....	461
3.3.3. Уопштени Амперов закон .....	466
Карактеристике магнетисања феромагнетских материјала .....	469
Гранични услови .....	472
3.3.4. Анализа поља у системима са феромагнетским материјалима .....	476
3.4. Једначине сталних електромагнетских поља .....	491
3.5. Променљиво електрично и магнетско поље .....	494
3.5.1. Увод .....	494
3.5.2. Електромагнетска индукција .....	496
3.5.3. Вихорне струје .....	514
3.5.4. Индуктивности .....	517
Међусобне индуктивности .....	517
Сопствена индуктивност .....	524
Једначина протока .....	534
Еквивалентна шема спрегнутих калемова .....	537
Трансформатор .....	542
3.6. Енергија магнетског поља и рад магнетских сила .....	545
3.6.1. Одређивање индуктивности преко енергије .....	553
3.6.2. Одређивање магнетских сила преко енергије .....	555
3.7. Максвелове једначине .....	562
3.8. Кретање наелектрисане честице у електричном и магнетском пољу .....	565
Кретање наелектрисане честице у електричном пољу .....	567
Кретање наелектрисане честице у магнетском пољу .....	570
Кретање наелектрисане честице у укрштеном електричном и магнетском пољу .....	572
Холов ефекат .....	572
4. Кола променљивих струја .....	577
4.1. Увод .....	577
4.2. Простопериодичне величине .....	579
4.3. Поређење простопериодичних величина .....	583
4.4. Средња и ефективна вредност .....	585
4.5. Елементи кола у периодичном режиму .....	587
Идеални напонски генератор .....	588



Идеални струјни генератор .....	588
Отпорник .....	589
Калем.....	591
Кондензатор.....	594
4.6. Анализа кола у простопериодичном режиму .....	597
4.7. Фазори.....	600
Обртни вектори .....	600
Заустављени обртни вектори .....	602
Фазорски дијаграми .....	603
Резиме фазора.....	605
Редна веза отпорника и калема.....	606
Редна веза отпорника и кондензатора.....	608
Редна веза отпорника, калема и кондензатора .....	609
Паралелна веза отпорника и калема.....	610
Паралелна веза отпорника и кондензатора.....	611
Паралелна веза отпорника, калема и кондензатора .....	612
Фазорски дијаграми за сложена кола.....	613
4.8. Комплексни рачун .....	615
Комплексни бројеви .....	616
Представљање фазора комплексним бројевима.....	618
Комплексни представници простопериодичних величина .....	620
Анализа кола у комплексном домену .....	621
Комплексна импеданса и адмитанса .....	622
Резиме комплексног рачуна .....	624
4.9. Трансфигурације мрежа пасивних елемената .....	625
4.9.1. Редна веза пасивних елемената .....	626
Редна веза два произвољна пријемника.....	627
Редна веза више пријемника .....	628
Еквивалентна капацитивност редне везе кондензатора .....	628
4.9.2. Паралелна веза пасивних елемената .....	629
Паралелна веза два произвољна пријемника.....	629
Паралелна веза више пријемника .....	630
Еквивалентна капацитивност паралелне везе кондензатора.....	630
4.9.3. Мешовита веза пасивних елемената .....	631
4.9.4. Резистанса, реактанса, кондуктанса и сусцептанса .....	631
4.9.5. Еквиваленција звезде и троугла пасивних елемената.....	634
4.10. Снаге у простопериодичном режиму .....	638
Тренутна и средња снага пријемника.....	638
Привидна снага пријемника.....	639
Фактор снаге пријемника .....	640
Реактивна снага пријемника .....	640
Фактор реактивности пријемника .....	641
Комплексна снага пријемника .....	642
Снаге генератора.....	643
Ватметар .....	643
4.11. Решавање сложених кола у комплексном домену .....	644
4.11.1. Кирхофови закони .....	644
Први Кирхофов закон.....	644
Други Кирхофов закон .....	644

Избор контура .....	645
Одређивање напона између две тачке .....	645
Табло систем једначина .....	646
Редуковани систем једначина .....	648
4.11.2. Метод контурних струја .....	650
4.11.3. Метод потенцијала чворова .....	653
4.12. Теореме кола у простопериодичном режиму .....	658
4.12.1. Теореме линеарности .....	658
4.12.2. Теореме компензације .....	660
4.12.3. Тевененова и Нортенова теорема .....	664
4.12.4. Теореме реципроцитета .....	670
Импедансни и адмитансни параметри .....	674
4.12.5. Теореме одржања снаге .....	679
4.12.6. Прилагођење по снази .....	681
4.12.7. Поправка фактора снаге .....	684
4.13. Кола са спрегнутим калемовима .....	688
4.14. Трофазна кола .....	698
Монофазни и полифазни елементи .....	698
Трофазни елементи .....	698
Симетричан, директан и инверзан систем .....	702
Анализа трофазних кола .....	709
Снаге трофазних генератора и пријемника .....	711
Предности трофазног система над монофазним .....	714
4.15. Обртно магнетско поље .....	716
Генерисање обртног магнетског поља електромагнетима .....	718
4.16. Фреквенцијске карактеристике .....	720
Отпорник, калем и кондензатор .....	721
Редна и паралелна веза отпорника и једног реактивног елемента .....	723
Изражавање количника у децибелима .....	727
Осцилаторна кола .....	729
Понашање реалних елемената при високим учестаностима .....	733
4.17. Прелазни режими .....	735
Прикључивање редне везе отпорника и калема на генератор сталне побуде .....	736
Гашење струје калема .....	739
Прикључивање редне везе отпорника и кондензатора на генератор сталне побуде .....	741
Растеређивање кондензатора .....	743
Други примери кола првог реда са константном побудом .....	744
Прикључивање редне везе отпорника и калема на генератор простопериодичне побуде .....	746
Литература .....	749